

## 49. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2007/08

### Riešenie úloh 2. kola kategórie E

#### 1. Oprava stroja

Ak označíme  $\Delta t = 30$  min časový rozdiel, s ktorým vyštartoval mechanik za pojazdnu dielňou, tak pre pohyb dielne a mechanika musí v čase ich stretnutia platiť

$$v_1 t_1 = v_2 (t_1 - \Delta t), \quad 2 \text{ body}$$

odkiaľ pre čas pohybu dielne dostaneme

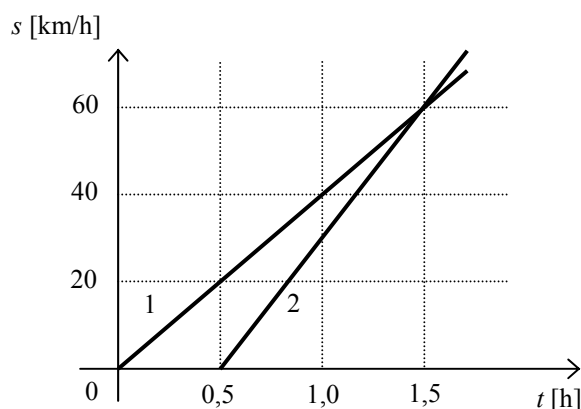
$$t_1 = \frac{v_2}{v_2 - v_1} \Delta t = 1,5 \text{ hod.} \quad 2 \text{ body}$$

To znamená, že mechanik dostihne dielňu o 12:00 hod. 1 bod

Pre hľadajú vzdialenosť potom platí

$$s = v_1 t_1 = 60 \text{ km.} \quad 1 \text{ bod}$$

Graf (viď obrázok). Polpriamka 1 predstavuje dráhu dielne a polpriamka 2 dráhu technika. Priesečník týchto polpriamok určuje čas a miesto stretnutia.



4 body

#### 2. Piráti Karibiku

Keďže hustota morskej vody je väčšia ako hustota sladkej vody, pôsobí na loď v slanej vode väčšia vztlaková sila. Preto sa ponor lode po vyplávaní z rieky na more zmenší a posádka môže naložiť užitočný náklad. 2 body

Pre plávanie lode na rieke platí  $M g = V_0 \rho_1 g$ , 1 bod

kde  $V_0$  je objem ponorenej časti lode.

Ak má byť ponor lode na mori rovnaký ako na rieke, musíme zväčšiť jej hmotnosť o  $m$ , pričom platí  $M g + m g = V_0 \rho_2 g$ . 1 bod

Riešením tejto sústavy rovníc dostaneme

$$m = M \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right) = 3\,855 \text{ kg.} \quad 3 \text{ body}$$

Hmotnosť jedného suda naplneného sladkou vodou je

$$m_0 = 50 \text{ kg} + 175 \text{ kg} = 225 \text{ kg.} \quad 1 \text{ bod}$$

Potom počet sudov, ktoré môže posádka naložiť, je  $n = m/m_0 \approx 17$ . 1 bod

Pomer hmotnosti sudov k hmotnosti celej lode je  $p = \frac{m}{M} \cdot 100\% = 3\%$ . 1 bod

### 3. Páková váha

Páková váha bude v rovnováhe (vo vodorovnej polohe), ak pre momenty pôsobiacich síl platí

$$m g x = m_0 g y + M g \left( \frac{d}{2} - x \right), \quad 3 \text{ body}$$

Z tejto rovnice vyjadríme hľadanú vzdialenosť

$$y = \frac{m x - M (d/2 - x)}{m_0} = 0,72 \text{ m} = 72 \text{ cm}. \quad 2 \text{ body}$$

Najväčšiu hmotnosť sa nám podarí odvážiť zrejme vtedy, keď závažie zavesíme na koniec dlhšieho ramena váh. Pre momenty pôsobiacich síl vtedy platí

$$m_{\max} g x = m_0 g (d - x) + M g \left( \frac{d}{2} - x \right). \quad 3 \text{ body}$$

Hľadaná hmotnosť je potom

$$m_{\max} = \frac{m_0 (d - x) + M (d/2 - x)}{x} = 42 \text{ kg}. \quad 2 \text{ body}$$

### 4. Miešanie vody

Teplotu vody v nádobe určíme pomocou kalorimetrickej rovnice, ktorá má tvar

$$V_1 \rho c (t_s - t_1) = V_2 \rho c (t_2 - t_s), \quad 2 \text{ body}$$

kde  $\rho$  je hustota a  $c$  je merná tepelná kapacita teplej i studenej vody. Po ustálení tepelnej rovnováhy bude mať voda v nádobe teplotu

$$t_s = \frac{V_1 t_1 + V_2 t_2}{V_1 + V_2} = 72,5 \text{ }^\circ\text{C}. \quad 2 \text{ body}$$

K tejto vode treba pridať vodu s neznámym objemom  $V_3$  a teplotou  $t_3$  tak, aby vznikol kúpeľ s teplotou  $t$ . Kalorimetrická rovnica bude mať v tomto prípade tvar

$$(V_1 + V_2) \rho c (t_s - t) = V_3 \rho c (t - t_3). \quad 2 \text{ body}$$

Hľadaný objem vody, ktorú treba ešte priliať, bude potom

$$t_s = \frac{(V_1 + V_2)(t_s - t)}{t - t_3} = 26 \text{ litrov}. \quad 2 \text{ body}$$

Celková hmotnosť nádoby s vodným kúpeľom bude

$$m = m_0 + (V_1 + V_2 + V_3) \rho = 60 \text{ kg}. \quad 2 \text{ body}$$

---

## 49. ročník Fyzikálnej olympiády – Riešenia úloh 2. kola kategórie E

Autor úloh: Lubomír Konrád  
Recenzia: Margita Brezinová, Ivo Čáp  
Redakcia: Lubomír Konrád  
Finančné zabezpečenie: Iuventa Bratislava z prostriedkov dotácie MŠ SR