

## 49. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2007/08

### Riešenie úloh 2. kola kategórie F

#### 1. Rýchlovlak v Šanghaji

Rýchlosť vlaku na druhom úseku trate určíme zo vzťahu

$$v_2 = \frac{3}{4} \frac{s}{t_2} = 225 \text{ km/h.} \quad 2 \text{ body}$$

Z mesta na letisko sa vlak dostane za čas

$$t = t_1 + t_2 = \frac{s}{4v_1} + t_2 = 0,1625 \text{ h} = 9,75 \text{ min} \approx 10 \text{ min.} \quad 3 \text{ body}$$

Priemerná rýchlosť vlaku bola  $v_p = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{s}{\frac{s}{4v_1} + t_2} = \frac{4s}{s + t_2 v_1} v_1 = 185 \text{ km/h.}$  2 body

Novej súprave bude cesta na letisko trvať

$$t_{pr} = \frac{s}{v_c} = 0,1 \text{ h} = 6 \text{ min.} \quad 2 \text{ body}$$

V cestovnom poriadku bude teda uvedený čas príchodu 11:36. 1 bod

#### 2. Ladový kváder

Pri plávaní kvádra na hladine vody platí  $V \rho_0 g = V' \rho_1 g$ , 2 body

kde  $V$  je objem celého kvádra a  $V'$  je objem ponorenej časti kvádra.

Pre pomer týchto objemov dostaneme  $p = \frac{V'}{V} = \frac{\rho_0}{\rho_1} = 0,17$ ,

čo zodpovedá hodnote 17 %. To znamená, že nad hladinu vody trčí 83 % objemu kvádra. 4 body

Ak rozmery kvádra sú  $a = 20 \text{ cm}$ ,  $b = 60 \text{ cm}$  a  $c = 120 \text{ cm}$ , tak hmotnosť jedného kvádra je

$$m = V \rho_0 = abc \rho_0 = 25 \text{ kg.} \quad 2 \text{ body}$$

Roztopením  $n = 30$  takýchto kvádrov vznikne voda s objemom

$$V_1 = nm / \rho_2 = 750 \text{ litrov.} \quad 2 \text{ body}$$

#### 3. Páková váha

Páková váha bude v rovnováhe (vo vodorovnej polohe), ak pre momenty pôsobiacich síl platí

$$m g x = m_0 g y + M g \left( \frac{d}{2} - x \right), \quad 3 \text{ body}$$

Z tejto rovnice vyjadríme hľadanú vzdialenosť

$$y = \frac{m x - M (d/2 - x)}{m_0} = 0,72 \text{ m} = 72 \text{ cm.} \quad 2 \text{ body}$$

Najväčšiu hmotnosť sa nám podarí odvážiť zrejme vtedy, keď závažie zavesíme na koniec dlhšieho ramena váh. Pre momenty pôsobiacich síl vtedy platí

$$m_{\max} g x = m_0 g (d - x) + M g \left( \frac{d}{2} - x \right). \quad 3 \text{ body}$$

Hľadaná hmotnosť je potom

$$m_{\max} = \frac{m_0 (d - x) + M (d/2 - x)}{x} = 42 \text{ kg.} \quad 2 \text{ body}$$

#### 4. Oprava stroja

Ak označíme  $\Delta t = 30$  min časový rozdiel, s ktorým vyštartoval mechanik za pojazdnou dielňou, tak pre pohyb dielne a mechanika musí v čase ich stretnutia platiť

$$v_1 t_1 = v_2 (t_1 - \Delta t),$$

**2 body**

odkiaľ pre čas pohybu dielne dostaneme

$$t_1 = \frac{v_2}{v_2 - v_1} \Delta t = 1,5 \text{ hod.}$$

**2 body**

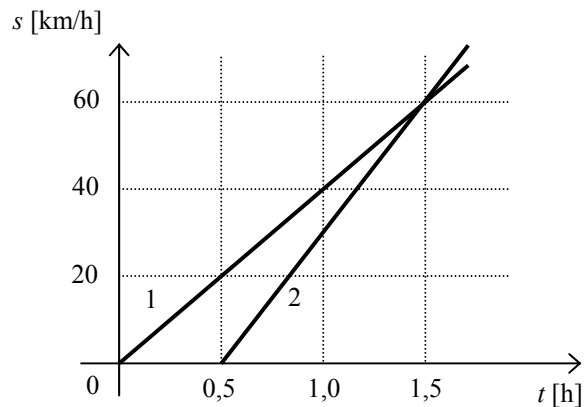
To znamená, že mechanik dosiahne dielňu o 12:00.

**1 bod**

Pre hľadanú vzdialenosť potom platí  $s = v_1 t_1 = 60$  km.

**1 bod**

Graf (viď obrázok). Polpriamka 1 predstavuje dráhu dielne a polpriamka 2 dráhu technika. Priesečník týchto polpriamok určuje čas a miesto stretnutia.



**4 body**

---

#### 49. ročník Fyzikálnej olympiády – Riešenia úloh 2. kola kategórie F

Autor úloh:                   Lubomír Konrád

Recenzia:                    Margita Brezinová, Ivo Čáp

Redakcia:                    Lubomír Konrád

Finančné zabezpečenie:   Iuventa Bratislava z prostriedkov dotácie MŠ SR