

# 50. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2008/09

## Zadania úloh domáceho kola kategórie A

(ďalšie informácie na <http://fpv.uniza.sk/fo> alebo [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk))

V rámci prípravy riešiteľom FO odporúčame súčasne riešiť aj úlohy nižších kategórií a Fyzikálny korešpondenčný seminár FKS [www.fks.sk](http://www.fks.sk),

### 1. Optimálny uhol vrhu

Tomáš Bzdušek

Je známe, že pri šikmom vrhu na vodorovnej pláni v homogénnom tiažovom poli Zeme pri zanedbateľne malom odporu vzduchu sa dosiahne maximálna dĺžka vrhu pri elevačnom uhle  $45^\circ$  vzhľadom na vodorovnú rovinu. Je však tento uhol optimálny za všetkých okolností? Uvažujme dva špeciálne prípady.

a) Človek hodí ťažké teleso z plošiny vozíka, ktorý sa môže voľne pohybovať po vodorovných koľajniciach. Človek spolu s vozíkom má hmotnosť  $M$ , hádzané teleso má hmotnosť  $m$ . Pod akým uhlom  $\alpha_1$  vzhľadom na vodorovnú rovinu v sústave vozíka musí človek vrhnúť teleso, aby dopadlo na koľajnice pri danej rýchlosti vrhu čo najďalej od miesta vrhu? Rozdiel výšky bodu vrhu a bodu dopadu neuvažujte.

b) Človek sa potom postaví na naklonenú rovinu s uhlom sklonu  $\varphi$  a hádže teleso v smere jej stúpania. Pod akým uhlom  $\alpha_2$  vzhľadom na vodorovnú rovinu musí hodiť teleso, aby pri danej rýchlosti vrhu doletelo čo najďalej od miesta vrhu?

Určte uhol  $\alpha_2$  a výsledok geometricky interpretujte.

Úloha sa dá riešiť aj bez derivovania, v tom prípade môže byť užitočný vzťah

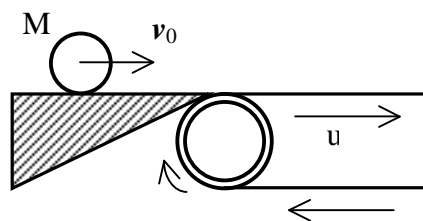
$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + c), \text{ kde } c = \arctan(b/a) \text{ pre } a > 0.$$

### 2. Valec na páse

Lubomír Konrád

Tenkostenný valec s hmotnosťou  $M$  sa valí bez prešmykovania po vodorovnej podložke rýchlosťou  $v_0$  a plynule prejde na vodorovný pohyblivý pás, ktorý sa pohybuje rovnakým smerom rýchlosťou  $u$  (obr. 1). Koeficient trenia medzi valcom a pásom je  $f$ .

- Za aký čas  $t_0$  po prechode na pohyblivý pás sa začne valec valiť po páse bez prešmykovania?
- Aká bude výsledná rýchlosť valca vzhľadom na pás a uhlová rýchlosť jeho otáčania?
- Určte zmenu kinetickej energie valca za čas  $t_0$  a teplo, ktoré vznikne za čas  $t_0$  v dôsledku trenia valca o pás?



Obr. 1.

Valivý odpor valca na danom povrchu neuvažujte.

### 3. Neutrónová hviezda

Arpád Kecskés, Ivo Čáp

Neutrónová hviezda vzniká „vtlačeníím“ elektrónov z atómového obalu do jadra atómu v dôsledku obrovského gravitačného tlaku, pričom z protónov a elektrónov vzniknú neutróny. Medzi neutrónmi pôsobia iba príťažlivé jadrové sily a preto sa hmota hviezdy usporiada do tesnej štruktúry pripomínajúcej „neutrónový monokryštál“ alebo neutrónovú kvapalinu. Hustota takejto hmoty zodpovedá hustote atómového jadra.

Uvažujte neutrónovú hviezdu s hmotnosťou rovnou hmotnosti Slnka.

- Ukazuje sa, že hustota ťažkých jadier, ktoré obsahujú väčší počet protónov a neutrónov, je s dostatočnou presnosťou konštantná. Vzhľadom na nestlačiteľnosť nukleónov je polomer jadra priamo úmerný tretej odmocnine relatívneho hmotnostného čísla jadra  $R = R_0 A^{1/3}$ , kde  $R_0$  je konštanta. Určte hustotu neutrónovej hmoty a polomer neutrónovej hviezdy.
- Pri povrchu neutrónovej hviezdy je veľmi vysoká intenzita gravitačného poľa. Určte gravitačné zrýchlenie na povrchu neutrónovej hviezdy za predpokladu jej dokonale guľového tvaru a túto hodnotu porovnajte s gravitačným zrýchlením na povrchu Zeme. V dôsledku nehomogenity gravitačného poľa vznikajú v telese, ktoré sa v tomto poli nachádza, deformačné sily. Vysvetlite príčinu týchto deformačných síl a určte v akom smere pôsobia a akú deformáciu vyvolávajú. Pre odhad týchto síl uvažujte dvojicu telies s hmotnosťami  $m = 40$  kg vzájomne vzdialených  $d = 150$  cm a spojených spojovacou tyčou. Určte deformačnú silu, ktorá pôsobí v spojovacej tyči, ak sa sústava spriahnutých telies nachádza pri povrchu neutrónovej hviezdy. Pri akej polohe sústavy je sila maximálna?
- Neutrónové hviezdy rotujú s veľmi vysokými frekvenciami a predstavujú kozmické útvary známe ako pulzary. Akú periódu otáčania by dosiahlo teleso, ktoré by vzniklo zo Slnka premenou na neutrónovú hviezdu s rovnakou hmotnosťou?  
*Pozn. 1: Pri zjednodušenej úvahe neuvažujte žiadne iné javy okrem kontrakcie hviezdy (poklesu jej polomeru v dôsledku gravitácie pri zachovaní guľového tvaru).*  
*Pozn. 2: V skutočnosti je na premenu na neutrónovú hviezdu potrebná hmotnosť pôvodnej hviezdy väčšia ako približne 1,4-násobok hmotnosti Slnka. Slnko v dôsledku gravitačného kolapsu skončí ako „biely trpaslík“ a nie ako neutrónová hviezda.*
- S existenciou neutrónových hviezd sa spája aj gravitačný červený posun optického spektra. Určte relatívne posunutie vlnovej dĺžky monochromatického žiarenia s pôvodnou vlnovou dĺžkou  $\lambda_0$  vyžarovaného zo zdroja v blízkosti povrchu sledovanej neutrónovej hviezdy a zachyteného na Zemi.

Potrebné hodnoty veličín vyhľadajte vo fyzikálnych tabuľkách.

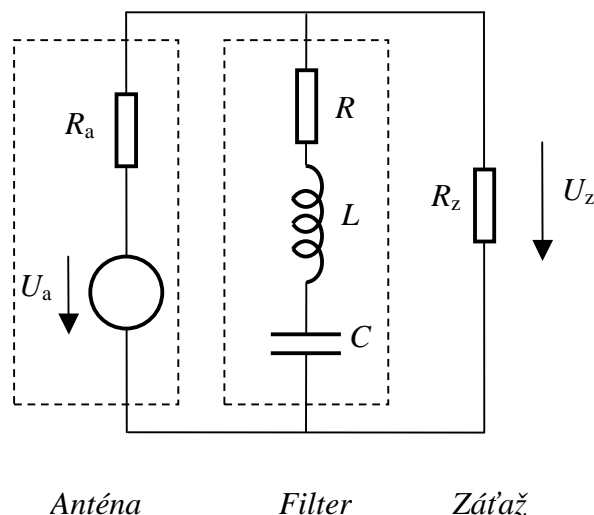
### 4. Elektrický frekvenčný filter

Ivo Čáp

V priestore okolo nás je prítomné veľké množstvo rôznych elektromagnetických vlnení z najrôznejších prírodných aj umelých zdrojov. Elektrické signály zachytené anténou predstavujú interferenciu najrozmanitejších signálov. Na výber požadovaného signálu alebo na potlačenie nežiaduceho signálu sa používajú rôzne elektrické filtre.

Uvažujme obvod podľa schémy na obr. 2, ktorý obsahuje sériový RLC filter zaradený paralelne s rezistívnou záťažou s odporom  $R_z$ . Anténa pôsobí ako zdroj striedavého signálu s vnútorným napätím  $U_a$  a vnútorným odporom  $R_a$ .

- Určte frekvenciu  $f_0$ , pri ktorej má výstupné napätie  $U_z$  najmenšiu hodnotu  $U_{z \min}$  a veľkosť tohto napätia.



Obr. 2

- b) K akej maximálnej hodnote  $U_{z\max}$  sa blíži napätie na záťaži, ak meníme frekvenciu signálu vo veľmi širokom rozsahu? Pre aké frekvencie sa napätie na záťaži blíži k tejto maximálnej hodnote? Určte pomer  $p$  potlačenia nežiaduceho signálu,  $p = U_{z\min}/U_{z\max}$ .
- c) Pre činnosť filtra je podstatná závislosť jeho admitancie od frekvencie. Napíšte vzťah pre veľkosť admitancie  $Y$  filtra a vzťah pre fázový rozdiel  $\varphi$  napätia medzi svorkami filtra a prúdu prechádzajúceho filtrom pomocou parametrov  $R$ ,  $L$  a  $C$ .
- d) Pomer  $Q = \omega_0 L/R$  sa nazýva činiteľ kvality RLC filtra. Vyjadrite vzťahy pre  $Y/Y_{\max}$  a  $\varphi$  pomocou činiteľa kvality  $Q$  a relatívnej uhlovej frekvencie  $x = \omega/\omega_0$ . S použitím vhodného počítačového programu (napr. EXCEL) vytvorte grafy frekvenčných charakteristík  $Y/Y_{\max} = f_1(x)$  a  $\varphi = f_2(x)$  pre niekoľko hodnôt činiteľa kvality (odporúčané hodnoty  $1/2, 1, 2, 5, 10$ ) a rozsah nezávisle premennej  $x \in \langle 0; 2 \rangle$ .
- e) Selektívne filtre majú činiteľ kvality  $Q \gg 1$ . Šírka potlačeného frekvenčného pásma  $\Delta f$  sa určuje ako rozdiel frekvencií, pri ktorých klesá relatívna admitancia  $Y/Y_{\max}$  na úroveň  $1/\sqrt{2} \approx 71\%$  (zodpovedá polovičnému výkonu). Určte parametre  $R$ ,  $L$  a  $C$  filtra, aby pre vnútorný odpor antény  $R_a = 50\ \Omega$  a odpor záťaže  $R_z = 50\ \Omega$  bolo potlačenie nežiaduceho signálu so strednou frekvenciou  $f_0 = 10\ \text{MHz}$  rovné  $0,10\%$  a šírka potlačeného frekvenčného pásma bola  $\Delta f = 200\ \text{kHz}$ .

## 5. Žiarovka s volfrámovým vláknom

Lubomír Konrád

Bežné vákuové žiarovky využívajú ako zdroj žiarenia rozžeravené volfrámové vlákno vzhľadom na vysoký bod topenia  $t_{\text{W}} = 3\ 350\ ^\circ\text{C}$ . Pracovná teplota vlákna sa s ohľadom na požadovanú životnosť žiarovky (odparovanie vlákna) volí  $t_{\text{P}} = 2\ 500\ ^\circ\text{C}$ . Volfrámové vlákno má pri teplote  $t_0 = 20\ ^\circ\text{C}$  rezistivitu  $\rho_{20} = 5,3 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$  a teplotný koeficient elektrického odporu  $\alpha_{\text{R}} = 6,2 \cdot 10^{-3}\ \text{K}^{-1}$ .

Uvažujme žiarovku s uvedenými prevádzkovými hodnotami  $60\ \text{W}/230\ \text{V}$ .

- a) Určte prúd  $I_{\text{P}}$  žiarovky pri prevádzkových podmienkach a prúd  $I_{\text{P}0}$  žiarovky v okamihu zapnutia vypínača, keď malo vlákno teplotu  $t_0$ .
- b) Určte priemer  $d$  a dĺžku  $l$  volfrámového vlákna žiarovky. Pri výpočte predpokladajte, že vlákno je valec s rovnakou povrchovou teplotou pozdĺž celého vlákna. Ďalej predpokladajte, že vlákno má dokonale čierny povrch. Odvod tepla prívodmi neuvažujte.

Teplota vlákna určuje aj jeho farbu. Biela farba zodpovedá teplote povrchu Slnka. Pri znižovaní teploty sa sfarbuje vyžarované svetlo do žltá až do červena. Je to spôsobené tým, že s klesajúcou teplotou klesá podiel modrej časti spektra.

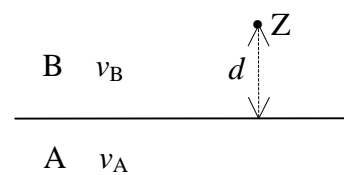
- c) S použitím Planckovho zákona zistíte, pri akej teplote je spektrálna hustota vyžarovania telesa rovnaká pre hraničné vlnové dĺžky spektra viditeľného svetla  $\lambda_1 = 700 \text{ nm}$ ,  $\lambda_2 = 350 \text{ nm}$ . Použite vhodnú numerickú metódu.
- d) Určte pomer spektrálnej hustoty žiarenia pre vlnové dĺžky  $\lambda_1$  a  $\lambda_2$  pri teplote vlákna žiarovky  $t_p = 2\,500 \text{ }^\circ\text{C}$  a pri teplote žiarovky pri napätí na  $U_2 = 120 \text{ V}$ .

Hodnoty potrebných konštánt vyhľadajte vo fyzikálnych tabuľkách.

## 6. Vlnplochy na rozhraní dvoch prostredí

Mária Kladivová

Pri dopade vlnenia na rovinné rozhranie dvoch homogénnych prostredí dochádza k čiastočnému odrazu a k čiastočnému prieniku vlnenia do druhého prostredia. Zaujímavý jav nastáva pri dopade vlnenia na rozhranie pod medzným uhlom odrazu. Vlnenie prenikajúce do prostredia A v takom prípade postupuje pozdĺž rozhrania a postupne preniká nazad do prostredia B. Okrem riadnej odrazenej vlny tak vzniká v prostredí B i tzv. bočná vlna.



Obr. 3

Šírenie vlnenia opisuje Huyghensov princíp. Tento princíp využíva pre opis šírenia vlnenia vlnoplochy vlnenia.

Uvažujme dve homogénne prostredia A a B, v ktorých sa môže šíriť pozdĺžne polarizovaná mechanická (tlaková, akustická) vlna (napr. vzduch nad vodou), pričom pre rýchlosti šírenia vlnenia platí  $v_A > v_B$ . V určitom okamihu dôjde v bode Z prostredia B, ktorého vzdialenosť od rozhrania je  $d$  (obr. 3), k explózií, ktorá je zdrojom krátkeho tlakového impulzu. Vzniká tak rázová vlna, ktorá sa šíri z bodu Z do okolitého priestoru. Vlnový dej je osovo symetrický vzhľadom na os, ktorá prechádza bodom Z kolmo na rozhranie. Šírenie rázovej vlny budeme sledovať v rovine  $\rho$  kolmej na rozhranie, ktorá obsahuje os symetrie.

Postup rázovej vlny opíšete pomocou grafického znázornenia vlnoplôch v rôznych časoch. Pre číselné výpočty uvažujte rýchlosti šírenia vlnenia  $v_A = 600 \text{ m/s}$ ,  $v_B = 300 \text{ m/s}$  a vzdialenosť  $d = 60,0 \text{ m}$ . Zakreslite prienik vlnoplôch s rovinou  $\rho$  v nasledujúcich časoch po explózií:

- a)  $t_1 = 0,1 \text{ s}$ ; b)  $t_2 = 0,2 \text{ s}$ ; c)  $t_3 = 0,21 \text{ s}$ ; d)  $t_4 = 0,231 \text{ s}$ ; e)  $t_5 = 0,4 \text{ s}$ .

Vlnoplochy zakreslite na základe potrebných výpočtov vo vhodnej mierke. Pre grafické znázornenie vlnoplôch je výhodné použiť výpočtovú techniku.

Ukážte, že v prostredí B existuje pre dané hodnoty oblasť, do ktorej sa bočná vlna dostane skôr ako vlna priama alebo riadna odrazená vlna.

## 7. Difrakcia svetla na pamäťových médiách – experimentálna úloha

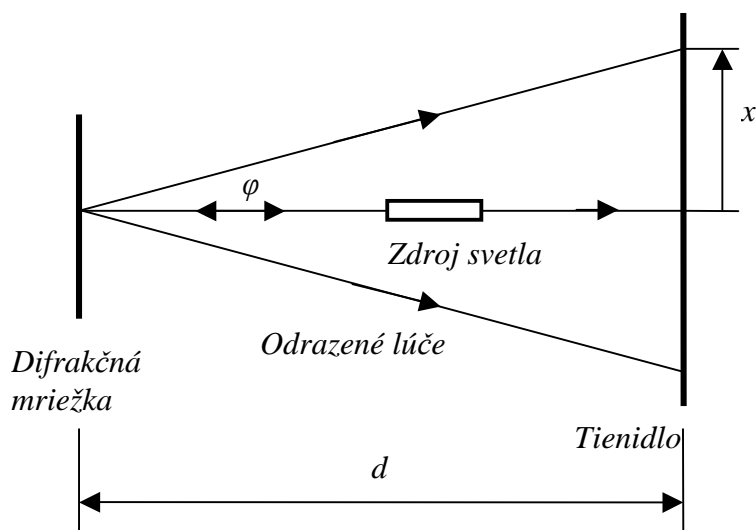
Ivo Čáp

Pri dopade vlnenia na periodickú štruktúru s priestorovou periodicitou porovnateľnou s vlnovou dĺžkou dochádza k difrakcii vlnenia, ktorá sa prejavuje vznikom difrakčných obrazcov so striedajúcimi sa difrakčnými minimami a maximami. Difrakciu možno využiť na vyšetrenie štruktúry planárnych štruktúr charakteru mriežky, na rozklad polyfrekvenčného vlnenia na monochromatické zložky (monochromátory) alebo na meranie vlnovej dĺžky vlnenia (spektroskopia).

### Úloha merania

Určte radiálnu hustotu usporiadania stopy na diskoch CD a DVD.

### Postup merania



Obr. 4

Ako difrakčnú mriežku použijete disk CD alebo DVD. Na povrch s pamäťovou stopou nechajte kolmo dopadať tenký lúč monochromatického svetla (podobne ako vo vnútri CD prehrávača). Najvhodnejšie je použitie laserového ukazovadla. Lúč sa od povrchu odráža smerom nazad, pričom odrazené svetlo pozostáva z niekoľkých difrakčných lúčov. Stopy lúčov odrazeného svetla zachytíme na tienidle (napr. biela stena). Z nameraných hodnôt  $x$  a  $d$  (obr. 4) určíme difrakčný uhol  $\varphi$ . Pozn.: Lúč zdroja nasmerujte mierne odklonený od kolmého smeru, aby zdroj nezatienil stredný odrazený lúč.

- Preštudujte si teóriu difrakcie na optickej mriežke a aplikujte ju na uvedený prípad.
- Z dostupných zdrojov určte vlnovú dĺžku použitého monochromatického zdroja.
- Z nameraných hodnôt  $x$  a  $d$  a vlnovej dĺžky  $\lambda$  použitého svetla určte radiálnu hustotu záznamovej stopy na disku (počet závitov stopy na jednotku dĺžky polomeru). Meranie opakujte pre niekoľko rôznych miest na disku a výsledky porovnajte.
- Meranie uskutočnite pre disky CD a DVD a porovnajte radiálne hustoty stôp médií.

---

50. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie A

Autori úloh: Tomáš Bzdušek, Ivo Čáp, Arpád Kecskés, Mária Kladivová, Lubomír Konrád

Recenzia: Lubomír Mucha, Mária Kladivová, Daniel Klivanec

Redakcia: Ivo Čáp

Vydanie publikácie je hradené z dotácie Ministerstva školstva SR  
prostredníctvom IUVENTY v Bratislave

© Slovenská komisia Fyzikálnej olympiády, 2008