

Fyzikálna olympiáda

50. ročník

školský rok 2008/09

Kategória A

Zadanie úlohy krajského kola

Riešenia úloh nájdete po skončení súťaže na <http://fpv.uniza.sk/fo> a www.olympiady.sk

1. Model rakety

Lubomír Mucha

Mladý modelár si zostrojil model rakety, ktorý sa dal vystreliť zo zeme pomocou odpaľovacej rúry. Do vnútra modelu namontoval rádiovým ovládané odpaľovacie zariadenie, ktoré môže vystreliť z rakety proti smeru jej pohybu projektil a tým raketu počas letu urýchliť.

Pri pokuse model rakety vystrelil na vodorovnom ihrisku šikmo nahor pod uhlom α vzhľadom na vodorovnú rovinu a rýchlosťou v_0 . Najprv ho nechal voľne letieť a dopadnúť na zem. Keď pokus opakoval, odpálil projektil, keď bol model rakety v najvyššom bode svojej trajektórie. Projektil vyletel z otvoru v zadnej časti rakety rýchlosťou u vzhľadom na raketu. Obidve telesá potom dopadli na zem.

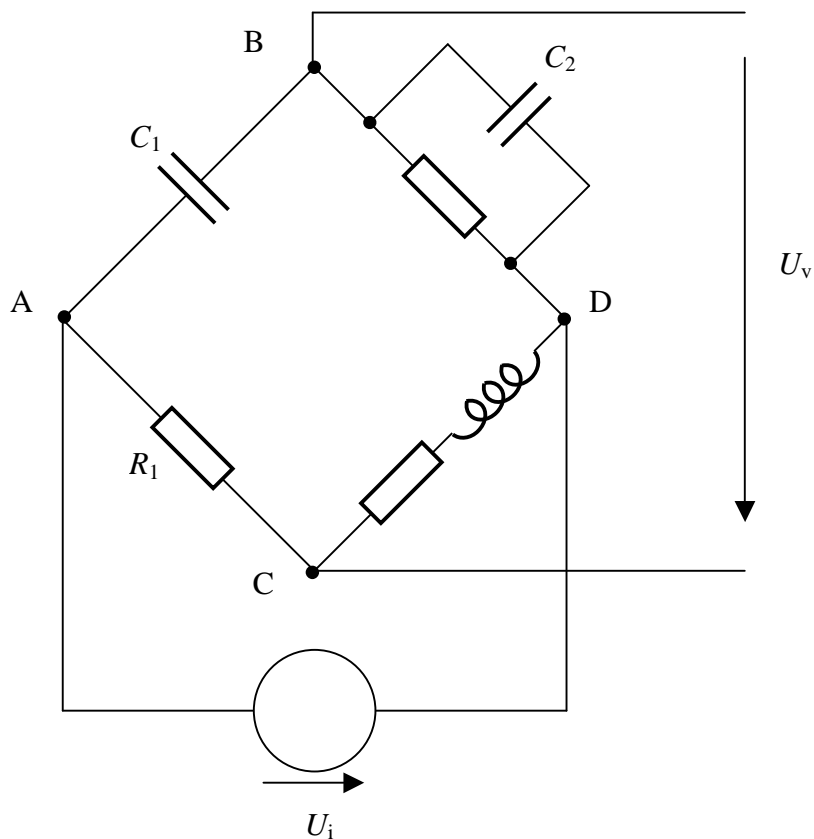
- Akú rýchlosť v_R mala raketa tesne po vystrelení projektilu?
- Aký bol rozdiel d doletu modelu v oboch pokusoch?
- Aká bola vzájomná vzdialenosť D miest dopadu modelu a projektilu na zem a aký je rozdiel T časov ich dopadu? Posúďte prípady: i) $u = v_0 \cos \alpha$, ii) prípad keď projektil po odpálení padá zvislo nadol a iii) prípad, keď projektil dopadne do miesta, z ktorého bol odpálený model rakety.

Pozn.: Pri pohybe modelu a projektilu neuvažujte odpor vzduchu. Raketa nemá okrem vystreľovacieho projektilu žiadny pohon. Pozdĺžna os modelu rakety má počas pohybu stále smer dotýčnice k trajektórii (smer pohybu). Rýchlosť u je rýchlosť vzájomného pohybu projektilu a modelu rakety tesne po odpálení projektilu.

Pri riešení označte m_R hmotnosť modelu rakety bez projektilu a m_P hmotnosť projektilu.

Rezistory a kapacity sú prvky elektrických sústav, ktoré sa dajú vyrobiť s vysokou kvalitou. Induktory sa vyrábajú ako cievky navinuté z drôtu. Pri prechode prúdu vytvárajú cievky magnetické pole, ale v drôte vznikajú aj tepelné straty, ktoré sa väčšinou nedajú zanedbať. Cievka sa preto schematicky znázorňuje ako sériová kombinácia ideálneho induktora s indukčnosťou L a rezistora s odporom R .

Jedna z možností ako zmerať parametre cievky L a R je metóda mostíková. Používa sa mostík podľa nasledujúcej schémy:



Obr. A-1

V jednotlivých vetvách mostíka sú zaradené presné rezistory R_1, R_2 a kapacity C_1, C_2 . V jednej vetve je zapojená cievka s parametrami L a R . Mostík je napájaný zo zdroja striedavého napätia U_i zapojeného do jednej diagonály. Nastavením vhodných hodnôt prvkov mostíka možno dosiahnuť vyváženie mostíka, čo znamená, že napätie v druhej diagonále U_v je rovné nule.

Odvoďte vzťahy pre výpočet hodnôt parametrov cievky L, R pomocou hodnôt parametrov ostatných prvkov obvodu v stave vyváženia mostíka.

Určte hodnoty parametrov cievky, ak sú pri vyvážení mostíka pri frekvencii $f = 1,0$ kHz hodnoty prvkov $C_1 = 20$ nF, $R_1 = 15$ k Ω , $C_2 = 120$ nF, $R_2 = 52$ k Ω .

3. Emisia žiarenia

Ivo Čáp

Hviezdy prvej generácie sú tvorené prevažne vodíkom a héliom. V žiarení hviezd je preto prítomné aj svetlo, emitované excitovanými atómami vodíka. Pri vysokej teplote povrchu hviezd predpokladajme vodík v atomárnej forme (jednoatómové molekuly). Na vlnovú dĺžku pozorovaného svetla hviezd vplyva niekoľko javov.

- S použitím Bohrovho modelu, podľa ktorého je moment hybnosti elektrónu kvantovaný vzťahom $L = n \hbar$, kde n je celé číslo a $\hbar = h/(2\pi)$ modifikovaná Planckova konštanta, odvodte vzťah pre vlnovú dĺžku λ_{mn} žiarenia emitovaného atómom pri prechode elektrónu z jednej energetickej hladiny na druhú. Do akej časti spektra elektromagnetického žiarenia patrí žiarenie emitované pri prechode elektrónu z vyššej energetickej hladiny do základnej ($n = 1$). Uveďte príklad prechodu, pri ktorom vzniká viditeľné svetlo.
- Uvažujte rozdiel E_0 dvoch energetických hladín elektrónu. Určte vlnovú dĺžku λ_0 žiarenia zodpovedajúceho fotónom s touto energiou. Emitovaný fotón má určitú hmotnosť m_f . Pri emisii fotónu časť energie prechodu získa aj emitujúci atóm, čo ovplyvňuje vlnovú dĺžku emitovaného fotónu. Určte relatívnu zmenu vlnovej dĺžky $\Delta\lambda_R/\lambda_0 = (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0$ spôsobenú reakciou atómu na emisiu fotónu.
- V atmosfére hviezd má plyn vysokú teplotu T . Určte strednú kvadratickú rýchlosť v_k uvažovaných molekúl vodíka pri tejto teplote. Pohyb molekúl ako zdrojov emitovaného žiarenia vplyva na vlnovú dĺžku žiarenia. Určte relatívny rozptyl vlnovej dĺžky $\Delta\lambda_D/\lambda_0$ spôsobený pohybom vyžarujúcich molekúl rýchlosťou v_k .
- Pri emisii žiarenia z povrchu hviezd sa mení jeho vlnová dĺžka aj vplyvom gravitačného poľa hviezd. Určte relatívny rozdiel vlnovej dĺžky $\Delta\lambda_G/\lambda_0$ spôsobený účinkom gravitačného poľa na fotóny emitovaného žiarenia.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ J·s, hmotnosť a náboj elektrónu $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg, $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C, permitivita vákua $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F·m⁻¹, hmotnosť atómu vodíka $m_H = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, rýchlosť svetla vo vákuu $c = 3,00 \cdot 10^8$ m·s⁻¹, $E_0 = 3,04 \cdot 10^{-19}$ J, Boltzmannova konštanta $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J·K⁻¹, hmotnosť a polomer hviezd v časti d) $M = 2,0 \cdot 10^{30}$ kg, $R = 10 \cdot 10^3$ km, $T = 6000$ K, gravitačná konštanta $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻².

4. Rozptylky

Tomáš Bzdušek

Študentka referovala na hodine literatúry o knihe ktorú prečítala. Jej hrdinom bol chlapec, ktorý sa ocitol ďaleko od civilizácie a v divočine bojoval o prežitie. Okrem iného ju zaujal jeden fyzikálny problém. Chlapec, ktorý bol krátkozraký, a teda nosil rozptylky, využil svoje okuliare na zapálenie ohňa.

Uvažujme okuliare – rozptylky – vyrobené zo skla s indexom lomu $n = 1,70$ s povrchni o polomeroch krivosti $r_1 = 7,0$ cm a $r_2 = 4,5$ cm podľa obrázku A-2 (a). Vyšetrite, ako sa okuliare správajú za rôznych podmienok.

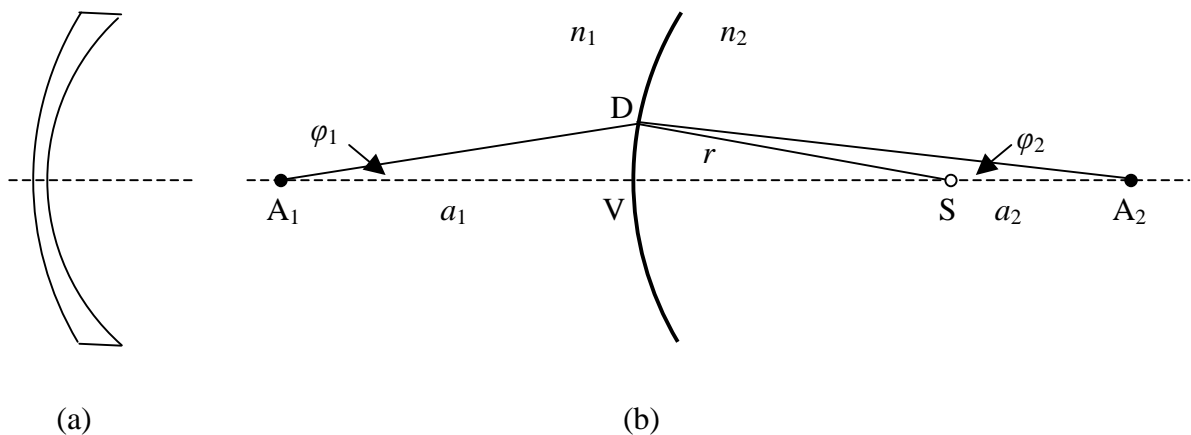
- a) Uvažujte rozhranie dvoch prostredí s indexmi lomu n_1 a n_2 v tvare guľovej plochy s polomerom r , obrázok A2 (b). Uvažujte predmet A_1 na optickej osi vo vzdialenosti a_1 od vrcholu V . Za určitých okolností vznikne v druhom prostredí reálny obraz A_2 tohto predmetu vo vzdialenosti a_2 od vrcholu V . Ak predpokladáme, že lúče prechádzajúce rozhraním zvierajú s optickou osou veľmi malé uhly $\varphi_1, \varphi_2 \ll 1$ rad, platí pre uvedené vzdialenosti rovnica

$$\frac{n_1}{a_1} + \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_2 - n_1}{r}. \quad (1)$$

Nakreslite prechod lúčov, ktoré vychádzajú z predmetu A_1 , cez rozhranie do bodu A_2 a uvedený vzťah (1) odvodte. Určte ohniskové vzdialenosti tejto optickej sústavy.

- b) S použitím vzťahu (1) odvodte vzťah pre ohniskovú vzdialenosť chlapcových okuliarov. Akú hodnotu D_1 má optická mohutnosť šošoviek okuliarov (výsledok vyjadrite v dioptriách)?
- c) Pri pokuse zapáliť drevko sústredením slnečných lúčov naplnil šošovku okuliarov vo vodorovnej polohe vodou, ktorá má index lomu $n_v = 1,33$. S použitím vzťahu (1) odvodte vzťah pre ohniskovú vzdialenosť f_2 tejto optickej sústavy (povrch vody v dutine šošovky uvažujte rovinný). Aká podmienka musí byť splnená, aby optická sústava rovnobežné lúče Slnka sústreďovala. Vypočítajte hodnotu D_2 optickej mohutnosti pre dané hodnoty veličín.
- d) Potom chcel chlapec nájsť niečo na zjedenie na dne jazera a potopil sa ku dnu aj s okuliarmi. Zistil však, že pod vodou nefungujú tak dobre ako vo vzduchu. Vypočítajte optickú mohutnosť D_3 okuliarov, ak sa nachádzajú vo vode.

Pozn. Pre malé uhly $\varphi \ll 1$ rad možno použiť približné vzťahy $\sin\varphi \approx \text{tg}\varphi \approx \varphi$ a úsečku VD možno považovať za kolmú na optickú os.



Obr. A-2