

# **Fyzikálna olympiáda**

**50. ročník**

**školský rok 2008/09**

**Kategória C**

*Riešenie úloh krajského kola*

## 1. Ľad v termoske s vodou

Lubomír Mucha

Riešenie:

- a) V stave tepelnej rovnováhy platí, že teplo  $Q_V$ , ktoré odovzdala teplejšia voda sa rovná teplu  $Q_{L1}$ , ktoré prijal ľad až do úplného roztopenia, t.j.  $Q_V = Q_{L1}$ . V medznom prípade je výsledná teplota vody  $t_t$  a platí

$$m_V c_V (t_V - t_t) = m_{L1} c_L (t_t - t_L) + m_{L1} l$$

a odtiaľ máme  $m_{L1} = \frac{m_V c_V (t_V - t_t)}{c_L (t_t - t_L) + l} = 0,35 \text{ kg}$ .

**2 body**

Riešenie ďalších častí úlohy závisia od zadanej číselnej hodnoty hmotnosti ľadu.

- b) V tomto prípade je  $m_{L2} > m_{L1}$ . Ochladením vody na teplotu  $t_t$  sa získa teplo  $Q_V = m_V c_V (t_V - t_t) = 125,4 \text{ kJ}$ . Na zohriatie ľadu na teplotu  $t_t$  je potrebné teplo  $Q_{L2} = m_{L2} c_L (t_t - t_L) = 21 \text{ kJ}$ . Znamená to, že výsledná teplota po ustálení bude  $t_t = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$  a pre prechod do ustáleného stavu so zvyškovou hmotnosťou ľadu  $m_2$  platí rovnica

$$m_V c_V (t_V - t_t) = m_{L2} c_L (t_t - t_L) + (m_{L2} - m_2) l.$$

V kalorimetri zostane ľad s hmotnosťou

$$m_2 = m_{L2} - [m_V c_V (t_V - t_t) - m_{L2} c_L (t_t - t_L)] / l \approx 0,69 \text{ kg}.$$

**2 body**

- c) V tomto prípade je  $m_{L3} < m_{L2}$ . Ľad dosiahne teplotu  $t_t = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$  a bude sa roztápať ako v predchádzajúcom prípade. Na úplné roztopenie musí prijať teplo

$$Q_{L3} = m_{L3} c_L (t_t - t_L) + m_{L3} l = 35,6 \text{ kJ}.$$

Táto hodnota je väčšia ako  $Q_V$  – pozri časť b), preto sa všetok ľad roztopí a výsledná teplota bude  $t_3 > t_t$ .

$$m_V c_V (t_V - t_3) = m_{L3} c_L (t_t - t_L) + m_{L3} l + m_{L3} c_V (t_3 - t_t).$$

Odtiaľ dostaneme

$$t_3 = [m_V c_V t_V + m_{L3} c_V t_t - m_{L3} c_L (t_t - t_L) - m_{L3} l] / (m_{L3} c_V + m_V c_V) \approx 13,4 \text{ }^\circ\text{C}.$$

**3 body**

- d) V tomto prípade je hmotnosť ľadu  $m_{L4} > m_{L1}$ . Všetok ľad sa neroztopí. Na zohriatie ľadu na teplotu  $t_t$  je potrebné teplo

$$Q_{L4} = m_{L4} c_L (t_t - t_L) = 168 \text{ kJ} > Q_V.$$

Ľad sa nezohreje až na teplotu  $t_t$  ochladením teplej vody, preto začne voda zamrzáť. Pri zamrznutí všetkej vody by sa odovzdalo teplo

$$Q_V^* = m_V c_V (t_V - t_t) + m_V l \approx 628 \text{ kJ} > Q_{L4}.$$

Znamená to, že všetka voda nemôže zamrznúť a vo výslednom stave bude ľad s hmotnosťou  $m_4 = m_{L4} + \Delta m_V$  plávať vo vode teplotou  $t_t = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$ .

$$m_{L4} c_L (t_t - t_L) = m_V c_V (t_V - t_t) + \Delta m_V l.$$

Hmotnosť zamrznutej vody je

$$\Delta m_V = [m_{L4} c_L (t_t - t_L) - m_V c_V (t_V - t_t)] / l \approx 0,127 \text{ kg}.$$

Po ustálení na teplote  $t_t = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$  bude v kalorimetri vo vode plávať ľad s hmotnosťou

$$m_4 = m_{L4} + \Delta m \approx 8,13 \text{ kg}.$$

**3 body**

## 2. Práca plynu

Lubomír Konrád

### Riešenie:

a) Pre stavy 1 a 3 platí  $p_1/V_1 = p_3/V_3 = p_3/(2V_1) = a$ .

Pre tlak platí  $p_4 = p_1$ ,  $p_2 = p_3 = 2 p_1$ , pre objem  $V_2 = V_1$ ,  $V_3 = V_4 = 2 V_1$ .

Teplota  $T_1$  zodpovedá stavovej rovnici  $p_1 V_1 = n R T_1$ . Pre ďalšie stavy platí  $p_i V_i = n R T_i$ .

Odtiaľ dostaneme  $T_2 = 2 T_1$ ,  $T_3 = 4 T_1$ ,  $T_4 = 2 T_1$ .

**3 body**

b) Podľa definície je účinnosť kruhového deja daná podielom práce vykonanej plynom počas jedného cyklu a tepla, ktoré plyn počas cyklu prijal.

Práca plynu je rovná obsahu plochy ohraničenej pracovným diagramom, teda

$$W = (V_2 - V_1)(p_2 - p_1) = p_1 V_1.$$

**1 bod**

Plyn prijal teplo počas dejov 12 a 23 (pri zväčšovaní teploty)

$$Q = Q_{12} + Q_{23},$$

**1 bod**

kde  $Q_{12} = \Delta U_{12} + W_{12} = C_V (T_2 - T_1) + 0 = \frac{3}{2} n R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} n R T_1,$

**1 bod**

$$Q_{23} = C_V (T_3 - T_2) + p_2 (V_3 - V_2) = 3 n R T_1 + 2 p_1 V_1.$$

**1 bod**

Potom  $Q = \frac{9}{2} n R T_1 + 2 p_1 V_1$

S použitím stavovej rovnice pre ideálny plyn dostaneme

$$Q = \frac{13}{2} p_1 V_1.$$

**1 bod**

Pre účinnosť uvedeného deja potom platí

$$\eta = \frac{W}{Q} = \frac{p_1 V_1}{13 p_1 V_1 / 2} = \frac{2}{13} \approx 15 \%.$$

**1 bod**

Výsledok zodpovedá účinnosti parného stroja.

**1 bod**

### 3. Stokesova sila

Lubomír Mucha

Riešenie:

- a) Pri pohybe vo viskózne kvapaline platí pohybová rovnica  $ma = mg - F_{VZ} - F_{ST}$ , kde  $F_{VZ}$  je vztlaková sila a  $F_{ST}$  je odporová sila. Túto rovnicu prepíšeme na tvar

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Al} a = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Al} g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_g g - 6\pi r \eta_g v.$$

Pre ustálenú rýchlosť platí  $a = 0$ .

**2 body**

Potom po úprave dostaneme  $v = \frac{2gr^2(\rho_{Al} - \rho_g)}{9\eta}$ .

**2 body**

Číselne:  $v_1(r_1) = 0,21 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $v_2(r_2) = 1,89 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

**1 bod**

Guľôčka z väčším polomerom dosiahne väčšiu rýchlosť.

- b) Keďže väčšia guľôčka dosiahne väčšiu ustálenú rýchlosť, bude v ustálenom stave dole a menšia guľôčka bude hore. Potom v ustálenom stave môžeme písať pohybovú rovnicu

$$\frac{4}{3}\pi r_1^3 \rho_{Al} g + \frac{4}{3}\pi r_2^3 \rho_{Al} g - \frac{4}{3}\pi r_1^3 \rho_g g - \frac{4}{3}\pi r_2^3 \rho_g g - 6\pi r_1 \eta_g v - 6\pi r_2 \eta_g v = 0.$$

**2 body**

Odtiaľ po úprave dostaneme pre ustálenú rýchlosť

$$v = \frac{2g(\rho_{Al} - \rho_g)}{9\eta_g} \cdot \frac{r_1^3 + r_2^3}{r_1 + r_2}.$$

**2 body**

Číselne  $v = 1,47 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

**1 bod**

### 4. Elektrická schéma

Lubomír Mucha

Riešenie:

Zo zadania môžeme napísať pre uvedenú schému rovnicu

$$U = U_1 = 2U_2 + R_A I = (2R_V + R_A) I.$$

**1 bod**

Pre druhý prípad pripojenia sériovej kombinácie voltmetra a ampérmetra k zdroju

$$U = U_1 = U_V + R_A I_A = (R_V + R_A) I_A.$$

**1 bod**

Z týchto rovníc dostaneme

$$U_V = \frac{U_1 U_2}{U_1 - U_2} = 3,6 \text{ V}.$$

**2 body**

$$I_A = I \frac{U_1}{U_1 - U_2} = 9,0 \text{ mA}.$$

**2 body**

$$R_V = \frac{U_2}{I} = 400 \Omega.$$

**2 body**

$$R_A = \frac{U_1 - 2U_2}{I} = 100 \Omega.$$

**2 body**

---

### 50. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy krajského kola kategórie C

Autori úloh: Lubomír Mucha, Lubomír Konrád

Recenzia: Ivo Čáp, Mária Kládiová

Redakcia: Ivo Čáp

Vydanie publikácie je hradené z dotácie Ministerstva školstva SR prostredníctvom IUVENTY v Bratislave