

Fyzikálna olympiáda

50. ročník

školský rok 2008/2009

Kategória E

Riešenie úloh okresného kola

50. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2008/09

Riešenie úloh okresného kola kategórie E

1. Cesta z výletu

Lubomír Mucha

Rozdeľme celú trasu na tri úseky, ktorých dĺžky označíme postupne d_1 , d_2 a d_3 . Na úseku s dĺžkou d_2 pršalo. Označme t_2 dobu, počas ktorej pršalo. Ak t bude celkový čas, za ktorý by autobus došiel do Prešova, keby nepršalo, tak potom pre tento čas platí

$$t = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{v_1}.$$

Počas dažďa potom platí

$$t + \Delta t = \frac{d_1}{v_1} + \frac{d_2}{v_2} + \frac{d_3}{v_1},$$

pričom tiež platí $d_2 = v_2 t_2$.

2 body

Z týchto troch rovníc potom dostaneme

$$t_2 = \Delta t \frac{v_1}{v_1 - v_2} = 20 \text{ min},$$

čo znamená, že pršalo 20 minút.

3 body

Pozn.: Iný postup – Celkovú dĺžku trasy možno vyjadriť

$d = v_1 t$ alebo $d = v_1(t + \Delta t - t_2) + v_2 t_2$. Z porovnania pravých strán dostaneme priamo uvedený výsledok.

Pre priemernú rýchlosť platí

$$v_p = \frac{d}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{d}{\frac{d_1}{v_1} + \frac{d_2}{v_2} + \frac{d_3}{v_1}} = \frac{d}{\frac{1}{v_1}(d_1 + d_3) + \Delta t \frac{v_1}{v_1 - v_2}}.$$

$$\text{Ďalej platí } d_1 + d_3 = d - \frac{v_1 v_2}{v_1 - v_2} \Delta t.$$

3 body

Z týchto rovníc určíme priemernú rýchlosť

$$v_p = \frac{d \cdot v_1}{d + v_1 \Delta t} = 75 \text{ km/h}.$$

2 body

Pozn.: Iný postup – Normálne cesta trvá čas $t = d/v_1$. V dôsledku dažďa trval čas $t + \Delta t$. Priemerná rýchlosť je potom $d/(T + \Delta t) = d v_1 / (d + v_1 \Delta t)$. – 5 bodov

2. Utopené auto

Lubomír Konrád

Keď auto s hmotnosťou m pláva na hladine vody s hustotou ρ , platí podmienka rovnováhy $mg = V' \rho g$, odkiaľ pre ponorenú časť auta platí $V' = m / \rho = 1,8 \text{ m}^3$.

4 body

Ak do priestoru pre cestujúcich natečie voda s objemom V'' , má podmienka rovnováhy tvar $mg + V'' \rho g = (V_0 + V_1 + V_2) \rho g$, odkiaľ

3 body

$$V'' = \frac{(V_0 + V_1 + V_2) \rho - m}{\rho} = 4,75 \text{ m}^3.$$

3 body

3. Mraznička

Pre množstvo tepla, ktoré odoberie počas procesu chladiace zariadenie vode, platí

$$Q = Q_1 + L_t + Q_2 = mc_v(t_v - t_0) + ml_t + mc_1(t_0 - t_1), \quad 3 \text{ body}$$

kde $t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ je teplota tuhnutia vody, Q_1 je teplo, ktoré sa uvoľní pri ochladení vody z teploty $t_v = 10 \text{ }^\circ\text{C}$ na teplotu $t_0 = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$, L_t je skupenské teplo tuhnutia vody a Q_2 je teplo, ktoré sa uvoľní pri ochladení ľadu z teploty $t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ na teplotu $t_1 = -6,0 \text{ }^\circ\text{C}$.

Po dosadení $Q \approx 5,9 \text{ MJ}$. 3 body

Pre výkon chladiaceho zariadenia platí

$$P = Q / \tau \approx 327 \text{ W}.$$

Tento výsledok zodpovedá hodnote $P_0 = 325 \text{ W}$ udanej výrobcom. 4 body

Pozn.: Pri priamom dosadení do vzťahu

$P = [mc_v(t_v - t_0) + ml_t + mc_1(t_0 - t_1)] / \tau$ dostaneme výsledok $P \approx 325 \text{ W}$. Rozdiel je spôsobený zaokrúhlením medzivýpočtu v prvom prípade. Obidva výsledky sú správne

4. Hustota kvapaliny

Ľubomír Konrád

Ak má každá guľôčka hmotnosť m a objem V , tak podmienka rovnováhy na páke má tvar

$$(mg - V\rho_1 g)x = (mg - V\rho_2 g)y.$$

Podľa zadania platí $x = 2y/3$. Po dosadení a úprave dostaneme rovnicu

$$\rho_2 = \frac{2V\rho_1 + m}{3V}. \quad 3 \text{ body}$$

Ak dosadíme za hmotnosť guľôčky $m = V\rho_0$, tak pre hľadanú hustotu platí

$$\rho_2 = \frac{1}{3}(2\rho_1 + \rho_0) \approx 1567 \text{ kg/m}^3. \quad 3 \text{ body}$$

Ak použijeme kvapalinu s hustotou ρ_3 , má podmienka rovnováhy tvar

$$(mg - V\rho_1 g)x_1 = (mg - V\rho_3 g)y_1,$$

resp.

$$(V\rho_0 g - V\rho_1 g)x_1 = (V\rho_0 g - V\rho_3 g)y_1, \quad 2 \text{ body}$$

odkiaľ vyjadríme pomer

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{\rho_0 - \rho_3}{\rho_0 - \rho_1} = \frac{19}{17}.$$

Hľadaný pomer je teda $x_1 : y_1 = 19 : 17$. 2 body

50. ročník Fyzikálnej olympiády – Riešenia úloh okresného kola kategórie E

Autori úloh:

Ľubomír Konrád, Ľubomír Mucha

Recenzia:

Margita Brezinová, Ivo Čáp

Redakcia:

Ľubomír Konrád

Finančné zabezpečenie:

Ministerstvo školstva SR prostredníctvom Iuventy