

Fyzikálna olympiáda

50. ročník

školský rok 2008/2009

Kategória E

Riešenie úloh krajského kola

50. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2008/2009

Riešenia úloh krajského kola kategórie E

(ďalšie informácie na <http://fpv.utc.sk/fo> a www.olympiady.sk)

1. Dievčatá a pes

Dievčatá sa k sebe približujú rýchlosťou $v_Z + v_K$, takže sa stretnú za čas

$$t = d / (v_Z + v_K).$$

5 bodov

Po celý tento čas t pes behá medzi dievčatami rýchlosťou v a prebehne teda dráhu $s = v t$. Pre dráhu prebehnutú psom potom platí

$$s = \frac{v}{v_Z + v_K} d = 1,1 \text{ km.}$$

5 bodov

Vzhľadom na presnosť zadaných hodnôt je výsledok zaokrúhlený na dve platné číslice.

2. Strelný prach

Kinetická energia strely pri opustení hlavne je

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = 2,2 \text{ kJ} \text{ (správne zaokrúhlenie výsledku 2 160 J)}$$

2 body

Časť energie, ktorá sa uvoľní horením strelného prachu, sa premení na kinetickú energiu strely. Uvoľnená energia je daná množstvom uvoľneného tepla $Q = m_0 H$. Pre účinnosť pušky potom platí

$$\eta = \frac{E_k}{Q} = \frac{m v^2}{2 m_0 H},$$

odkiaľ hľadaná hmotnosť strelného prachu

$$m_0 = \frac{m v^2}{2 \eta H} \approx 0,0018 \text{ kg} = 1,8 \text{ g}$$

4 body

Pri stopercentnej účinnosti pušky by sa všetko uvoľnené teplo premenilo na kinetickú energiu strely. Ak by strela získala rýchlosť v_0 , platila by rovnosť

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = m_0 H,$$

odkiaľ

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 m_0 H}{m}} \approx 1,0 \text{ km/s} \text{ (zaokrúhlenie výsledku 1 017 m/s)}$$

4 body

3. Lavička

Označme sily, ktoré tlačia na ľavý a pravý klátik, postupne F_1 a F_2 . Ak sa na lavičku posadí Veronika s hmotnosťou m_1 vo vzdialenosti s od ľavého konca lavičky, platí pre momenty pôsobiacich síl vzhľadom na os prechádzajúcu horným koncom ľavého klátika podmienka $m_1 g x + M g l / 2 = F_2 l$, kde $x = 35$ cm je vzdialenosť Veroniky od ľavého klátika.

Odtiaľ potom

$$F_2 = \left(m_1 \frac{x}{l} + \frac{M}{2} \right) g = 253 \text{ N.} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Pre momenty pôsobiacich síl vzhľadom na os prechádzajúcu horným koncom pravého klátika platí podmienka $F_1 l = m_1 g (l - x) + M g l / 2$, odkiaľ

$$F_1 = \left(m_1 \frac{l - x}{l} + \frac{M}{2} \right) g = 547 \text{ N.} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Ak sa na vzdialenejší koniec lavičky posadí Jožko s hmotnosťou $m_2 = 80$ kg, budú mať podmienky rovnováhy tvar

$$m_1 g x + M g \frac{l}{2} = F_2 l - m_2 g \frac{d + l}{2},$$
$$F_1 l = m_1 g (l - x) + M g \frac{l}{2} - m_2 g \frac{d - l}{2}.$$

Sily tlačiace na jednotlivé klátiky budú v tomto prípade

$$F_2' = \left(m_1 \frac{x}{l} + \frac{M}{2} + m_2 \frac{d + l}{2l} \right) g = 1187 \text{ N,} \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

$$F_1' = \left(m_1 \frac{l - x}{l} + \frac{M}{2} - m_2 \frac{d - l}{2l} \right) g = 413 \text{ N.} \quad \mathbf{2 \text{ body}}$$

Ak Veronika prudko vstane z lavičky, pôsobí na dosku iba tiaž lavičky a tiaž Jožka. Momenty týchto síl vzhľadom na horný koniec pravého klátika sú opačne orientované a majú veľkosti

$$M_1 = M g \frac{l}{2} = 188 \text{ N}\cdot\text{m}, \quad M_2 = m_2 g \frac{d - l}{2} = 200 \text{ N}\cdot\text{m.} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

Jožkov moment je väčší ako moment dosky ($M_2 > M_1$), to znamená, že začne dosku otáčať okolo pravého klátika a Jožko pravdepodobne spadne na zem.

1 bod

Aby Jožko udržal rovnováhu, musia byť spomínané momenty síl rovnako veľké.

Ak by mal Jožko hmotnosť m_3 , táto podmienka by mala tvar

$$M g \frac{l}{2} = m_3 g \frac{d - l}{2}, \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

odkiaľ

$$m_3 = M \frac{l}{d - l} = 75 \text{ kg.} \quad \mathbf{1 \text{ bod}}$$

4. Elektrický obvod

a) V obvode sú tri paralelné časti s rezistormi. Pre výsledný odpor medzi bodmi A a B platí

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1 + R_2},$$

odkiaľ

$$R_{AB} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + 2R_3} = 22,9 \, \Omega. \quad 1,5 \text{ bodu}$$

b) Celkový prúd prechádzajúci obvodom je

$$I = \frac{U}{R_{AB}} = \frac{R_1 + R_2 + 2R_3}{(R_1 + R_2)R_3} U = 0,525 \text{ A} = 525 \text{ mA}. \quad 0,5 \text{ bodu}$$

c) Pre prúdy v jednotlivých častiach obvodu platí

$$I_1 = I_2 = \frac{U}{R_1 + R_2} = 0,200 \text{ A} = 200 \text{ mA},$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = 0,125 \text{ A} = 125 \text{ mA}. \quad 2 \text{ body}$$

d) Napätia na jednotlivých rezistoroch sú

$$U_1 = R_1 I_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U = 4,0 \text{ V},$$

$$U_2 = R_2 I_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U = 8,0 \text{ V},$$

$$U_3 = R_3 I_3 = U = 12,0 \text{ V}. \quad 3 \text{ body}$$

e) Výkony dosahujú hodnoty

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R_1} = \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} U^2 = 0,8 \text{ W},$$

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} U^2 = 1,6 \text{ W},$$

$$P_3 = \frac{U_3^2}{R_3} = \frac{U^2}{R_3} = 1,5 \text{ W}.$$

Najväčší výkon je na rezistoroch s odpormi R_2 . 3 body

50. ročník Fyzikálnej olympiády – Riešenia úloh krajského kola kategórie E

Autor úloh: Eubomír Konrád
Recenzia: Margita Brezinová, Ivo Čáp
Redakcia: Eubomír Konrád
Finančné zabezpečenie: Ministerstvo školstva SR prostredníctvom Iuventy