

Fyzikálna olympiáda

50. ročník

školský rok 2008/09

Kategória F

Riešenie úloh domáceho kola

1. Cesta autobusom

Lubomír Mucha

Keďže deviataci dorazili do Prešova presne tak, ako to vyšlo Paľkovi hneď na začiatku cesty a nezmenila sa celková dráha ani celkový čas cesty domov, bola priemerná rýchlosť autobusu $v_p = v_1 = 70$ km/h.

2 body

Nech t označuje dĺžku trvania dažďa. Potom je zrejmé, že pre čas od začiatku dažďa do príchodu do Prešova platí $T = (v_2 t + s) / v_p$. Čas T vyjadríme ako $T = t + s / v_3$. Potom po úprave dostaneme pre dĺžku trvania dažďa

$$t = \frac{s(v_3 - v_1)}{v_3(v_1 - v_2)} = 4 \text{ min.}$$

5 bodov

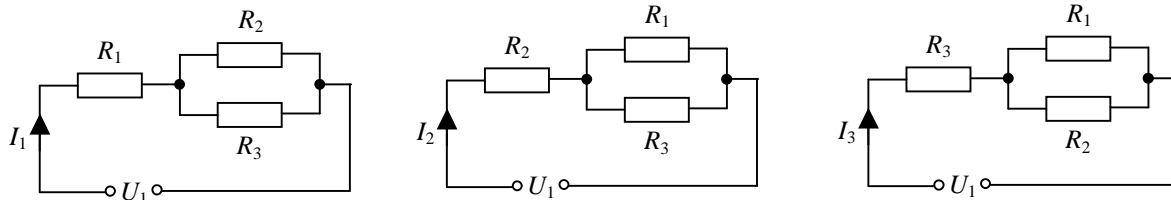
Počas dažďa prešiel autobus vzdialenosť $s_d = v_2 t = 4$ km, Posledných 10 km prešli za $t_3 = s / v_3 = 8$ min. Prvých $(49 - 4 - 10)$ km = 35 km sa autobus pohyboval 30 minút rýchlosťou v_1 . Celá cesta trvala 42 minút, takže z Bardejovských Kúpeľov vyrazili o 17: 18 hod.

3 body

2. Spájanie rezistorov

Lubomír Konrád

Schémy jednotlivých zapojení sú na obrázku. **2 body**



Pre celkový odpor rezistorov v prvej schéme platí

$$R_{v1} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

Pre prúd prechádzajúci obvodom potom podľa Ohmovho zákona platí

$$I_1 = \frac{U_1}{R_{v1}} = \frac{U_1 (R_2 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}.$$

V druhom prípade je sériovo pripojený rezistor s odporom R_2 , preto pre celkový odpor platí

$$R_{v2} = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_1 + R_3}.$$

Prúd prechádzajúci obvodom je

$$I_2 = \frac{U_1}{R_{v2}} = \frac{U_1 (R_1 + R_3)}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}.$$

V treťom prípade je sériovo pripojený rezistor s odporom R_3 , takže platí

$$R_{v3} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Prúd prechádzajúci obvodom je v tomto prípade

$$I_3 = \frac{U_1}{R_{v3}} = \frac{U_1 (R_1 + R_2)}{R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_2}.$$

Pre hľadaný pomer prúdov v jednotlivých zapojeniach potom platí

$$I_1 : I_2 : I_3 = (R_2 + R_3) : (R_1 + R_3) : (R_1 + R_2).$$

Pre dané hodnoty platí

$$I_1 : I_2 : I_3 = 25 : 20 : 15 = 5 : 4 : 3.$$

6 bodov

Z predchádzajúcich výpočtov je zrejmé, že na hľadaný pomer prúdov nemá vplyv veľkosť napätia zaradeného zdroja. Preto sa po pripojení zdroja s napätím $U_2 = 18 \text{ V}$ výsledok úlohy nezmení.

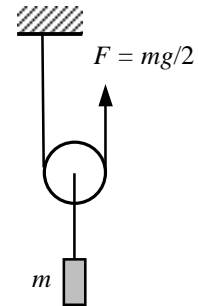
2 body

3. Voľná kladka

Lubomír Konrád

Na voľnej kladke nastane rovnováha, ak na voľnom konci lana pôsobí sila rovná polovici tiaže dvíhaného bremena a kladky. Použitím voľnej kladky teda ušetríme na sile (stačí pôsobiť menšou silou), vykonaná práca je však rovnaká ako pri dvíhaní telesa bez strojov alebo použitím pevnej kladky.

V ideálnom prípade by na zodvihnutie bremena s hmotnosťou m bola potrebná sila $F_1 = mg/2$. V dôsledku trenia v kladke však musíme uvažovať účinnosť zariadenia, pre ktorú platí $\eta = F_1 / F$, kde F je veľkosť sily potrebnej na zodvihnutie bremena. Pre hľadanú silu dostaneme vzťah



$$F = \frac{F_1}{\eta} = \frac{mg}{2\eta} \approx 556 \text{ N.}$$

6 bodov

Užitočná práca, ktorú vykoná kladka, je $W = mgh = 10\,000 \text{ J}$.

2 body

Celková práca W_c , je práca, ktorú musí vykonať robotník, aby bremeno s hmotnosťou m zodvihol pomocou kladky do výšky h . Zrejme platí $W_c = mgh / \eta = 11\,111 \text{ J}$.

2 body

4. Pohár s lyžičkou

Lubomír Mucha

Hmotnosť vody v pohári je $m_v = \rho_v V = 0,2 \text{ kg}$, teplota pohára a lyžičky pred vliatím vriacej vody je $t_p = t_l = 20^\circ\text{C}$ a teplota vriacej vody $t_0 = 100^\circ\text{C}$.

a) Napíšeme kalorimetrickú rovnicu $m_v c_v (t_0 - t_{lv}) = m_l c_l (t_{lv} - t_l)$. Z nej dostaneme

$$t_{lv} = \frac{m_v c_v t_0 + m_l c_l t_l}{m_v c_v + m_l c_l} = 99,1^\circ\text{C.}$$

3 body

b) Opäť napíšeme kalorimetrickú rovnicu $m_v c_v (t_0 - t_{pv}) = m_p c_s (t_{pv} - t_p)$, odkiaľ

$$t_{pv} = \frac{m_v c_v t_0 + m_p c_s t_p}{m_v c_v + m_p c_s} = 83,8^\circ\text{C.}$$

2 body

c) V tomto prípade platí $m_v c_v (t_0 - t_{plv}) = m_l c_l (t_{plv} - t_l) + m_p c_s (t_{plv} - t_p)$. Po úprave dostaneme

$$t_{plv} = \frac{m_v c_v t_0 + m_l c_l t_l + m_p c_s t_p}{m_v c_v + m_l c_l + m_p c_s} = 82,7^\circ\text{C.}$$

3 body

d) Takže ako je to s poverou. Z vyššie vypočítaných ustálených teplôt vidíme, že samotná lyžička má veľmi malý vplyv na teplotu vody. Vzhľadom na veľkú tepelnú vodivosť sa lyžička zohreje oveľa rýchlejšie ako pohár. Vzhľadom na malú tepelnú kapacitu však lyžička nepomôže. V skle sa teplo šíri pomaly a dlho trvá veľký rozdiel teploty na vnútornom a vonkajšom povrchu pohára. V dôsledku rôznej teplotnej dilatácie na vnútornej a vonkajšej strane vzniká v skle vnútorné mechanické napätie a ak nie je sklo kvalitné, tak potom praskne. Také boli za čias našich starých materí poháre zvané „horčičáky“ a tie praskali.

2 body

5. Meranie hustoty

Lubomír Konrád

Ak má kvapalina väčšiu hustotu ako voda, pôsobí na ponorenú skúmavku väčšia vztlaková sila ako vo vode. To znamená, že hĺbka ponoru skúmavky je menšia ako vo vode. A to je aj náš prípad. Takže hustota neznámej kvapaliny je väčšia ako hustota vody. **4 body**

Overíme predchádzajúce tvrdenie výpočtom. Ak ponoríme skúmavku s obsahom pričného rezu S a s hmotnosťou m do vody s hustotou $\rho_1 = 1\,000\text{ kg/m}^3$, platí pre rovnovážnu polohu skúmavky rovnica

$$m g = S h_1 \rho_1 g . \quad \mathbf{2\ body}$$

Ak ponoríme tú istú skúmavku do neznámej kvapaliny s hustotou ρ_2 , platí pre rovnovážnu polohu skúmavky rovnica

$$m g = S h_2 \rho_2 g . \quad \mathbf{2\ body}$$

Porovnaním pravých strán týchto rovníc a úpravou dostaneme

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{h_1}{h_2} = 1,2 \rho_1 = 1\,200\text{ kg/m}^3 . \quad \mathbf{2\ body}$$

6. Šprint do kopca

Stúpanie cesty p chápeme ako pomer výšky h , o ktorú vystúpime, a vodorovnej vzdialenosti s , ktorú prekonáme, t.j. $p = h / s$. Výškový rozdiel, ktorý prekonáva cyklista pri pretekoch, je potom $h = p s = 0,075 \cdot 825\text{ m} \approx 62\text{ m}$. **3 body**

Cyklista s celkovou hmotnosťou m vykoná pri prekonaní výškového rozdielu h prácu veľkosti $W = Fh = mgh$. Ak sa pohybuje po dobu t , bude je priemerný výkon $P = W / t = mgh / t$. Čas pohybu cyklistu je potom

$$t = \frac{mgh}{P} \approx 120\text{ s} . \quad \mathbf{4\ body}$$

Cyklista prekonal počas pretekov celkovú dráhu $d = \sqrt{s^2 + h^2}$. Priemernú rýchlosť cyklistu určíme preto zo vzťahu

$$v_p = \frac{d}{t} = \frac{\sqrt{s^2 + h^2}}{t} \approx 6,9\text{ m/s} \approx 25\text{ km/h} . \quad \mathbf{3\ body}$$

50. ročník Fyzikálnej olympiády – Riešenia úloh domáceho kola kategórie F

Autori úloh:	Lubomír Mucha, Lubomír Konrád
Recenzia:	Ivo Čáp, Margita Brezinová
Redakcia:	Lubomír Konrád
Finančné zabezpečenie:	Ministerstvo školstva SR prostredníctvom Iuventy