Fyzikálna olympiáda
53. ročník, 2011/2012
krajské kolo kategórie C
riešenie úloh

1. Jednoduché stroje

Dvíhanie gule:

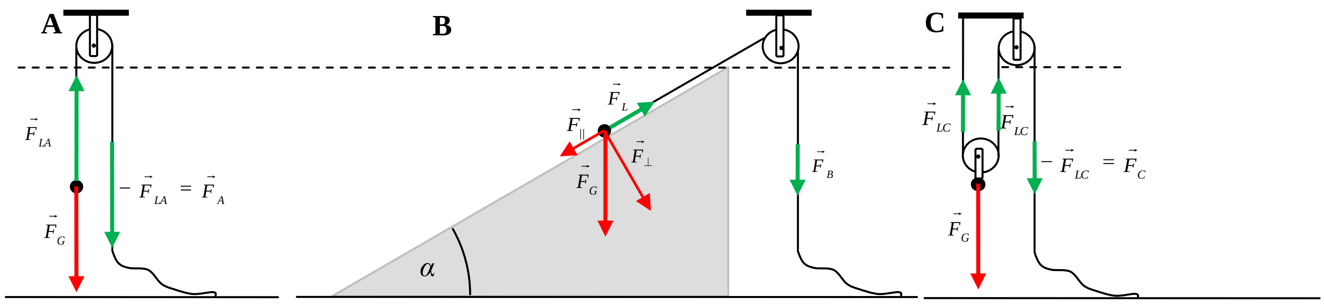
a) Na obr. RC-1 sú znázornené minimálne sily $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$, $\vec{F}_C$, ktoré sú potrebné na rovnomerné dvíhanie gule. Na obrázku sú znázornené sily, ktoré ovplyvňujú dvíhanie telesa. Sily s dolným indexom *L* označujú napínanie lana. Z rozboru síl na obrázku vyplýva, že veľkosti síl pre jednotlivé zariadenia sú

$F_A = F_G = m_1 g$. Pre dané hodnoty F_A = 9,8 N, 0,5 bodu

$F_B = F_G \sin\alpha = m_1 g \sin\alpha$. Pre dané hodnoty F_B = 1,0×9,8×sin (30°) = 4,9 N, 0,5 bodu

$F_C = \frac{F_G}{2} = \frac{m_1 g}{2}$. Pre dané hodnoty F_C = 4,9 N, 0,5 bodu

pričom sme vzali do úvahy, že $|\vec{F}_B| = |\vec{F}_L|$ a že kolmá projekcia tiažovej sily na naklonenú rovinu je vykompenzovaná silou reakcie naklonenej roviny. Keďže koeficient trenia je zanedbateľne malý, táto sila neovplyvňuje pohyb.



Obr.RC- 1

b) Guľu považujeme za hmotný bod. Dĺžky lana, ktoré prejdú rukami pri dvíhaní telesa pre použité zariadenia sú nasledovné

$L_A = h$ = 2,2 m, 0,5 bodu

$L_B = \frac{h}{\sin\alpha}$, pre dané hodnoty L_B = 4,4 m, 0,5 bodu

$L_C = 2h$ = 4,4 m. 0,5 bodu

c) Pri prekonávaní výškového rozdielu *h* sa koná práca, ktorá je rovná zmene potenciálnej energie telesa v gravitačnom poli Zeme. V prípade dvíhania gule na všetkých zariadeniach sa vykonala rovnaká práca

$W = m_1 g h$. Pre dané hodnoty $W \approx$ 21,6 J. 1 bod

Prácu by sme mohli vypočítať aj zo známych ťahových síl F_A, F_B, F_C v lanách v jednotlivých prípadoch po dráhach L_A, L_B, L_C.

Dvíhanie valca:

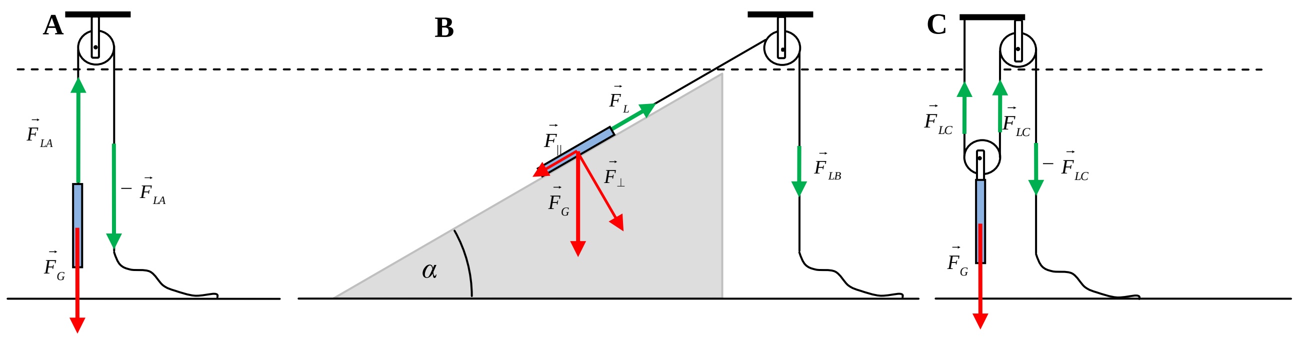
d) Na obr. RC-2 sú znázornené sily $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$, $\vec{F}_C$ ktoré sú potrebné na rovnomerné dvíhanie valca. Na obrázku sú znázornené sily, ktoré ovplyvňujú pohyb dvíhaného valca. Sily s dolným indexom *L* označujú napínanie lana. Z rozboru síl na obrázku vyplýva, že veľkosti síl pre jednotlivé zariadenia sú

$F_A = F_G = m_2 g$. Pre dané hodnoty F_A = 29,4 N, 0,5 bodu

$F_B = F_G \sin\alpha = m_2 g \sin\alpha$. Pre dané hodnoty F_B = 3,0×9,8×sin(30°) = 14,7 N, 0,5 bodu

$F_C = \frac{F_G}{2} = \frac{m_2 g}{2}$. Pre dané hodnoty F_C = 14,7 N, 0,5 bodu

pričom sme vzali do úvahy, že kolmá projekcia tiažovej sily na naklonenú rovinu je vykompenzovaná silou reakcie naklonenej roviny a $\left|\vec{F}_B\right| = \left|\vec{F}_L\right|$. Keďže koeficient trenia je zanedbateľne malý, táto sila neovplyvňuje pohyb.



Obr. RC-2

e) Valec považujeme za hmotnú úsečku. Na hornej časti obr. RC-2 sú znázornené obidve možné krajné polohy valca na každom zariadení. Dĺžky lana, ktoré prejdú rukami pri dvíhaní valca sú pre použité zariadenia nasledovné

$L_A = h - l$ = 1,5 m, 0,5 bodu

$L_B = \frac{h}{\sin\alpha} - l$, pre dané hodnoty L_B = 3,7 m, 0,5 bodu

$L_C = 2(h - l)$, pre dané hodnoty L_C = 3,0 m. 0,5 bodu

f) Pri prekonávaní výškového rozdielu sa koná práca, ktorá je rovná zmene potenciálnej energie valca v gravitačnom poli Zeme. Ťažisko homogénneho valca je v jeho strede. Práca potrebná na vytiahnutie valca pre jednotlivé zariadenia je

$W_A = m_2 g\left(h - \frac{l}{2}\right) - m_2 g\frac{l}{2} = m_2 g(h - l)$, pre dané hodnoty W_A = 44,1 J, 1 bod

$W_B = m_2 g\left(h - \frac{l}{2}\sin\alpha\right) - m_2 g\frac{l}{2}\sin\alpha = m_2 g(h - l\sin\alpha)$, $W_B \approx$ 54,4 J, 1 bod

$W_C = m_2 g\left(h - \frac{l}{2}\right) - m_2 g\frac{l}{2} = m_2 g(h - l)$, pre dané hodnoty W_C = 44,1 J. 1 bod

Pozn. k bodovaniu - Ak neuvažovali rozdiel polohy ťažísk, tak len 0,5 bodu za každú časť.
Práca, ktorú vykonáme pri ťahaní valca po naklonenej rovine je väčšia než na ostatných dvoch zariadeniach, lebo zmena výšky ťažiska je väčšia ako v ostatných prípadoch. Prácu môžeme vypočítať aj zo známych ťahových síl F_A, F_B, F_C, ktoré pôsobili pozdĺž dĺžok ťahaných lán na jednotlivých zariadeniach po dráhach L_A, L_B, L_C.

2. Bejzbal

Pre šikmý vrh platia vzťahy

$$v_x = v_0 \cos\alpha,\ x = v_0 t \cos\alpha$$

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt,\ y = v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2 .$$ 2 body

Dĺžku šikmého vrhu dostaneme z podmienky $y = 0$

$$d = \frac{2 v_0^2 \sin\alpha . \cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} ,$$

kde v_0 je veľkosť začiatočnej rýchlosti telesa, α je uhol vrhu a g je tiažové zrýchlenie.

a) Vzdialenosť miesta odrazu a miesta dopadu loptičky je

$$d_1 = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g} .$$ 2 body

Po odraze je veľkosť rýchlosti polovičná, preto je vzdialenosť miesta odrazu a miesta dopadu

$$d_2 = \frac{\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 \sin 2\varphi}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{4g} .$$

Podľa zadania $d_1 + d_2 = d$, takže $\frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g} + \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{4g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$.

Po úprave a po dosadení za α = 45° dostaneme $\frac{5}{4} \sin 2\varphi = 1$,

odkiaľ sú dve riešenia $\varphi \approx$ 27° alebo $\varphi \approx$ 63°. 2 body

b) Doba letu loptičky pri šikmom vrhu pod uhlom α, keď dopadne priamo do bodu A, je

$$t_d = \frac{2 v_0 \sin\alpha}{g} .$$ 1 bod

Pri pohybe s odrazom od bodu hodu do bodu odrazu loptičky ubehne čas

$$t_{d1} = \frac{2 v_0 \sin\varphi}{g} .$$ 1 bod

Doba letu loptičky od odrazu po druhý dopad je

$$t_{d2} = \frac{2\left(\frac{v_0}{2}\right)\sin\varphi}{g} = \frac{v_0 \sin\varphi}{g} .$$ 1 bod

.

Pomer času $t_2 = t_{d1} + t_{d2}$ dopadu pre hod s odrazom a času t_d bez odrazu je

$$p = \frac{t_{d1} + t_{d2}}{t_d} = \frac{3 \sin\varphi}{2 \sin\alpha} .$$

Pre dané hodnoty: pre $\varphi \approx$ 27°, $p \approx$ 0,93; pre $\varphi \approx$ 63° je p = 1,5. 2x0,5 bodu

3. Plávajúca kocka

a) Podľa Archimedovho zákona platí $V_{p1} \rho_v g = V \rho_p g$ 2 body

a odtiaľ $p_1 = \frac{V_{p1}}{V} = \frac{\rho_p}{\rho_V}$, pre dané hodnoty p_1 =0,95 = 95 %. 1 bod

b) Podľa Archimedovho zákona môžeme písať $V_{p2} \rho_v g + (V - V_{p2}) \rho_o g = V \rho_p g$ 3 body

a odtiaľ $p_2 = \frac{V_{p2}}{V} = \frac{\rho_p - \rho_o}{\rho_V - \rho_o}$, pre dané hodnoty p_2 = 0,5 = 50 %. 2 body

Pre objem V_2 platí $V = V_{p1} - V_{p2}$. Pre pomer p_{22} dostaneme

$$p_{22} = \frac{V_{p1} - V_{p2}}{V} = \frac{\rho_o (\rho_v - \rho_p)}{\rho_V (\rho_v - \rho_o)}$$, pre dané hodnoty p_{22} = 0,45 = 45 %. 2 body

4. Zmes vody a ľadu

a) Voda odovzdáva teplo ľadovej triešti, teplota vody sa znižuje, teplota ľadu sa zvyšuje. V teplotnej rovnováhe môžu vzniknúť stavy, v ktorých konečným produktom výmeny vnútornej energie v tejto termodynamickej sústave je ľad (1), ľad s vodou (2) alebo voda (3). (2 body)

b) V našom prípade ide však o prípad (2). Výsledná teplota v rovnovážnom stave bude t_T = 0,0 °C. Fyzikálne to znamená, že ľad zvýši svoju teplotu na bod topenia a časť ľadu sa roztopí, teplota vody pri tomto procese poklesne na 0,0 °C (1. prípad). Alebo ľad zvýši svoju teplotu na bod topenia a časť vody pritom zamrzne (2. prípad).

1. prípad: Po naliati vody sa určité množstvo ľadu (Δm) roztopí. Potom platí $m_L - \Delta m = m_V + \Delta m$ a zároveň $m_L c_L (t_T - t_L) + \Delta m\, l_T = m_V c_V (t_V - t_T)$.

2. prípad: Po naliati vody časť vody (Δm) zamrzne. Potom platí $m_L + \Delta m = m_V - \Delta m$ a zároveň $m_L c_L (t_T - t_L) = m_V c_V (t_V - t_T) + \Delta m\, l_T$. 2 body

Z každej z obidvoch sústav rovníc prichádzame k výsledku

$$m_V = m_L \frac{l_T + 2c_L (t_T - t_L)}{l_T + 2c_V (t_V - t_T)}.$$ 3 body

Prípady a) m_V = 96 g – ľad sa roztopí 1 bod
b) m_V = 105 g – voda zmrzne 1 bod
c) m_V = 100 g – nenastanú žiadne skupenské zmeny 1 bod

53. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy krajského kola kategórie C*

Autori úloh: Mária Kladivová (1), Ľubomír Konrád (2), Ľubomír Mucha (3, 4)
Recenzia: Ivo Čáp, Daniel Kluvanec
Redakcia: Ľubomír Mucha
Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, 2012