Fyzikálna olympiáda

53. ročník, 2011/2012

krajské kolo kategórie D

riešenie úloh

1. ***Spomalený pohyb automobilu***

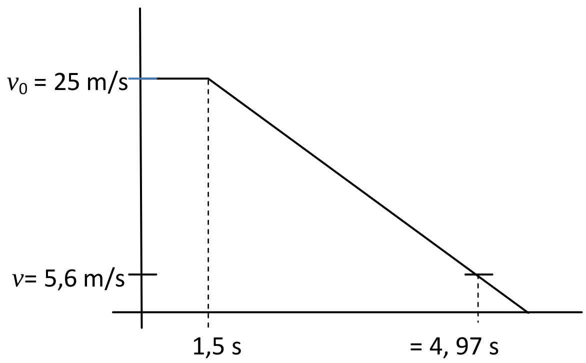
a) Kým vodič začal brzdiť s oneskorením t_R, automobil sa pohyboval naďalej rýchlosťou v_0 a prešiel dráhu $s_1 = v_0\, t_R$ = 37,5 m. Automobil brzdil po dráhe $s_2 = s - s_1$ = 52,5 m.
Dráhu s_2 prešiel automobil rovnomerne spomaleným pohybom s priemernou rýchlosťou $(v_0 + v)/2$.
Pre dobu Δt brzdenia platí

$$\Delta t = \frac{2 s_2}{v_0 + v}.$$

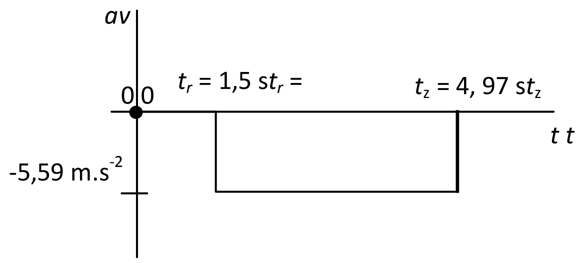
Pre dané hodnoty veličín $\Delta t \approx 3{,}47$s.

Čas zrážky automobilu s prekážkou $t_z = t_r + \Delta t \approx 4{,}97$ s. ***2 body***

Graf $v = \mathrm{f}(t)$ je na obr. RD–1. ***1 bod***



Obr. RD–1



Obr. RD–2

b) Zrýchlenie automobilu počas brzdenia

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t}.$$

Pre dané hodnoty veličín $a \approx 5{,}59$ m.s^{-2}. ***1 bod***

Graf $a = \mathrm{f}(t)$ je na obr. RD–2. ***1 bod***

c) Čas, o ktorý by mal vodič začať brzdiť skôr, aby zastavil tesne pred prekážkou, je rovný času, ktorý automobilu ešte chýbal do zastavenia pri rýchlosti v = 20,0 km·h^{-1}, tzn. $\Delta t_s = v\,/\,a$. Pre dané hodnoty veličín $\Delta t_s \approx$ 1,00 s. ***1 bod***

d) Pre treciu silu (ak pneumatiky neprešmykujú) platí

$$F_t = f_0\, m\, g\ ,$$

kde m je hmotnosť automobilu. Platí tiež $F_t = -F = -m\,a$

$$-a = f_0\, g\ ,$$

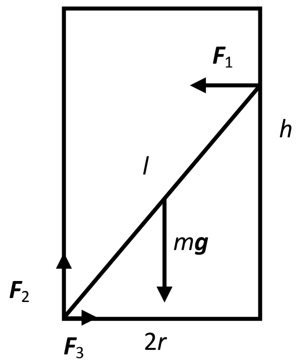
a z toho

$$f_0 = -\frac{a}{g}.$$

Pre dané hodnoty $f_0 \approx 0{,}58$. ***2 body***

2. Tyčka v pohári

a) Na tyčku v pohári pôsobia sily, ktoré sú znázornené na obr. RD-3. V ťažisku je pôsobisko tiažovej sily $\boldsymbol{F}_G = m\boldsymbol{g}$, v bodoch dotyku tyčky s nádobou pôsobia tlakové sily : $\boldsymbol{F}_1$ (bočnej steny vpravo), $\boldsymbol{F}_2$ (dna nádoby) a $\boldsymbol{F}_3$ (bočnej steny vľavo). ***3 body***



Obr. RD-3

b) V stave statickej rovnováhy je vektorový súčet všetkých síl nulový a nulový je i výsledný moment síl vzhľadom na ľubovoľný bod. Podľa momentovej vety vzhľadom na dolný koniec tyčky platí

$$mg\,r - F_1\sqrt{l^2 - (2r)^2} = 0\,.$$

Hľadaná sila bude potom

$$F_1 = \frac{m\,g\,r}{\sqrt{l^2 - (2r)^2}}.$$ Pre dané hodnoty veličín $F_1 \approx 0{,}46$ N. ***3 body***

c) Ak sa pohár naplní vodou, pribudne vztlaková sila $\boldsymbol{F}_v$ pôsobiaca smerom nahor, ktorej pôsobisko je v ťažisku tyčky.

Momentová podmienka pôsobiacich síl má v tomto prípade tvar

$$(m - V\rho)g\,r - F_1'\sqrt{l^2 - (2r)^2} = 0\,,$$

kde $V = m\,/\,\rho$ je objem tyčky. Po dosadení máme

$$(1 - \frac{\rho_0}{\rho})\,m\,g\,r - F_1'\sqrt{l^2 - (2r)^2} = 0\,,$$

odkiaľ tlaková sila tyčky na bočnú stenu nádoby je

$$F_1' = \frac{mgr}{\sqrt{l^2 - (2r)^2}}\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) = F_1\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right).$$ ***2 body***

Hľadaný pomer je potom

$$\frac{F_1}{F_1'} = \frac{\rho}{\rho - \rho_0}.$$ Pre dané hodnoty veličín $\frac{F_1}{F_1'} \approx 1{,}3.$ ***2 body***

3. Závažia na kladke

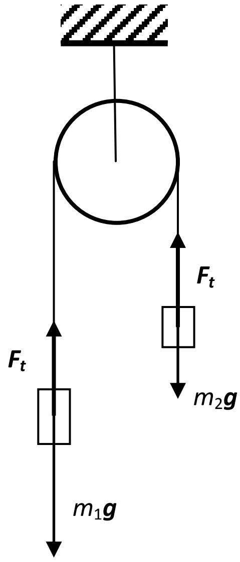
a) Obr. RD-4 ***2 body***

b), c) Závažia sú spojené ľahkou pevnou niťou, preto sa budú závažia po uvoľnení pohybovať s rovnako veľkým zrýchlením *a*, ale opačnými smermi. Niť bude na oboch koncoch napínaná rovnako veľkou ťahovou silou $\boldsymbol{F}_t$ (obr. RD - 4). Okrem tejto sily pôsobia na závažia tiažové sily, takže ich pohybové rovnice budú mať tvar

$$m_1 g - F_t = m_1 a\ ,$$

$$F_t - m_2 g = m_2 a\ .$$

2 body



Obr. RD-4

Sčítaním týchto rovníc dostaneme vzťah pre zrýchlenie závaží

$$a = g\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}.$$

2 body

Pretože pohyb každého závažia je rovnomerne zrýchlený (s nulovou začiatočnou rýchlosťou), bude vzdialenosť medzi závažiami po čase Δt od začiatku pohybu dané vzťahom

$$d = \frac{1}{2}a\Delta t^2 + \frac{1}{2}a\Delta t^2 = a\Delta t^2\ ,$$

odkiaľ $a = d\,/\,\Delta t^2 = 1{,}0\ \mathrm{m.s^{-2}}$. ***2 body***

Porovnaním oboch získaných vzťahov pre zrýchlenie dostaneme pre hľadanú hmotnosť

$$m_1 = m_2\frac{g + d/\Delta t^2}{g - d/\Delta t^2} = 1{,}2\ \mathrm{kg}.$$

2 body

d) Silu, ktorou je napínaná niť, vyjadríme napríklad z pohybovej rovnice prvého telesa. Po úprave a dosadení za zrýchlenie dostaneme výsledok

$$F_t = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}g\ .$$

Pre dané hodnoty veličín $F_t \approx 11$ N. ***2 body***

4. Záhadné odrazy gúľ

Pohyb gúľ budeme posudzovať v inerciálnej sústave spojenej s okolím. Veľká guľa dopadne na vodorovnú plochu rýchlosťou *v* = druhá odmocnina 2 *g* h_0. Odrazí sa rýchlosťou –*v*. Malá guľa voči väčšej má rýchlosť 2 *v* zvisle dolu a odráža sa od veľkej gule, ktorej rýchlosť (zvisle nahor) je –*v*. Teda malá guľa získava rýchlosť vzhľadom k zvolenej inerciálnej sústave (zvisle nahor) - 3 *v*. Výška, do ktorej vyletí je $h = (3\,v)^2/(2\,g) = 9\,v^2/\,(2\,g) = 9\,h_0$, teda *h* = 90 m. ***8 bodov***

Zjednodušujúce podmienky sú: gule zotrvajú na vertikále, odpor prostredia neuvažujeme, medzi jednotlivými odrazmi sú krátke intervaly, takže dej prebieha tak, ako sme ho vyššie popísali.

2 body

Zaujímavé je, že úloha sa dá vieryhodne potvrdiť experimentom.

Fyzikálna olympiáda, 53. ročník– Úlohy krajského kola kategórie D

Autori úloh:	Dušan Nemec (1), Ľubomír Konrád (1,2,3), Martina Kluvancová (4)
Recenzia:	Daniel Kluvanec, Ivo Čáp
Redakčná úprava:	Ľubomír Konrád
	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Vydal:	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2012