

Fyzikálna olympiáda
54. ročník, 2012/2013
krajské kolo
kategória A

1. Zobrazenie šošovkou

Na optickej osi sústavy sa nachádzajú dve rovnobežné tenké tyčinky A a B kolmé na optickú os s rovnakou dĺžkou y_0 a vo vzájomnej vzdialenosti $d = 60$ cm. Súradnice tyčínok označíme $x_A = 0$, $x_B = d$. K dispozícii je tenká šošovka (spojka) s ohniskovou vzdialenosťou $f = 25$ cm.

Určte polohu šošovky, pri ktorej sa obrazy obidvoch tyčínok nachádzajú v jednej rovine kolmej na optickú os.

- Riešenie stručne zdôvodnite. Zobrazenie znázorníte graficky.
- Určte súradnicu x_1 šošovky a súradnicu x_0 roviny obrazov tyčínok v tomto prípade.
- Určte zväčšenia $z_A = y_A/y_0$ a $z_B = y_B/y_0$ a pomer $p_1 = y_A/y_B$ veľkostí obidvoch obrazov.
- Uveďte podmienku riešiteľnosti úlohy, určte počet možných riešení a uveďte vlastnosti obrazov A' a B' obidvoch tyčínok pre jednotlivé riešenia.

2. Elektrónový mikroskop

Pri zobrazovaní sa využíva najmä elektromagnetické vlnenie, ale aj iné druhy vlnenia, napr. mechanické. Existuje napr. aj akustický mikroskop. Najčastejšie a najznámejšie je optické zobrazovanie pomocou svetla. Rozlišovacia schopnosť vlnových zobrazení je vždy obmedzená vlnovou dĺžkou vlnenia. Pomocou optického mikroskopu je možné rozlišovať detaily s rozmermi niekoľko desiatín μm , šošovkou možno zaostriť svetelný zväzok na stopu s priemerom približne $\lambda/2$. Pomocou röntgenového žiarenia možno analyzovať štruktúru kryštálu s medziatómovými vzdialenosťami rádovo 100 pm. Na zobrazovanie veľmi jemných štruktúr, napr. makromolekúl, sa využívajú vlnové vlastnosti elektrónového zväzku. Zariadenie na zobrazenie elektrónovým zväzkom je *elektrónový mikroskop*.

- Elektróny sa urýchľujú v lineárnom urýchľovači. Elektróny s veľmi malou rýchlosťou prechádzajú medzi elektródami, medzi ktorými je elektrické napätie U . Určte napätie U_1 na urýchľovači, pri ktorom elektróny dosahujú rýchlosť $v_1 = 0,5c$, kde $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ je rýchlosť šírenia svetla vo vákuu. Určte tiež hmotnosť m_1 pri uvedenej rýchlosti elektrónov.
- Zväzok elektrónov s energiou E a hybnosťou p sa prejavuje ako vlnenie s frekvenciou f a vlnovou dĺžkou λ . Medzi mechanickými a vlnovými veličinami platia d'Broglieho vzťahy vlnovo-časticového dualizmu. Určte urýchľovacie napätie U_2 , pri ktorom dosahuje vlnová dĺžka elektrónov hodnotu $\lambda = 1,00 \times 10^{-12} \text{ m}$, a rýchlosť v_2 elektrónov, ktorej táto vlnová dĺžka zodpovedá.

Pokojuv hmotnosť elektrónu $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, elementárny náboj $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$, Planckova konštanta $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

Pozn.: Predpokladajte začiatočnú rýchlosť elektrónov $v_0 \ll v_1$.

3. Zmena dĺžky dňa

Pozn.: Podľa jednej z teórií vzniku Slnecnej sústavy vznikol Mesiac pred približne 4,5 mld. rokov, krátko po vzniku Zeme, nárazom veľkého kozmického telesa veľkosti Marsu do Zeme a vyvrhnutím časti hmoty Zeme do okolitého priestoru, z ktorej sa sformoval Mesiac. V dôsledku vzájomného pôsobenia medzi Zemou a Mesiacom došlo k zastaveniu rotácie Mesiaca vzhľadom na Zem, takže Mesiac vidíme zo Zeme iba z jednej strany, vzdialenosť Mesiaca od Zeme sa postupne zväčšuje a dĺžka dňa na Zemi sa predlžuje.



Na základe presných meraní bolo zistené, že doba obehu Mesiaca okolo Zeme sa v súčasnosti predlžuje o $\Delta T_{ZM} \approx 0,34$ ms za jeden rok.

Pri riešení úlohy voľte postup, ktorý nadväzuje na úlohu domáceho kola:

- Sústava Zem – Mesiac rotuje okolo spoločného hmotného streda s uhlovou rýchlosťou $\omega = 2\pi / T_{ZM}$. Pomocou nameranej periódy $T_{ZM} \approx 2,355 \times 10^6$ s určte vzdialenosť r_{ZM} medzi hmotnými stredmi Mesiaca a Zeme. S použitím nameranej ročnej zmeny ΔT_{ZM} periódy T_{ZM} určte ročnú zmenu Δr_{ZM} vzdialenosti r_{ZM} Zem – Mesiac.
- Odvodte vzťah pre mechanickú energiu E_{ZM} a veľkosť L momentu hybnosti sústavy Zem – Mesiac vzhľadom na vzťažnú sústavu spojenú s hmotným stredom sústavy Zem – Mesiac. Obidve veličiny vyjadrite ako funkciu premennej ω a uhlovej rýchlosti ω_Z vlastnej rotácie Zeme.
- Určte ročnú zmenu ΔT_Z dĺžky dňa T_Z na Zemi. Na základe predpokladu konštantnej hodnoty tejto veličiny (ΔT_Z), počas celej histórie sústavy Zem – Mesiac, určte dĺžku dňa T_{Z0} na Zemi v čase tesne po vzniku Mesiaca.
- Určte teplo Q , ktoré sa uvoľní na Zemi v dôsledku pôsobenia slapových síl za jeden rok a tomu zodpovedajúci ich tepelný výkon P . Aká časť P_1 tohto výkonu pripadá na jedného obyvateľa Zeme (uvažujte počet obyvateľov 7 mld – október 2012).

Mesiac a Zem považujte za izolovanú sústavu telies.

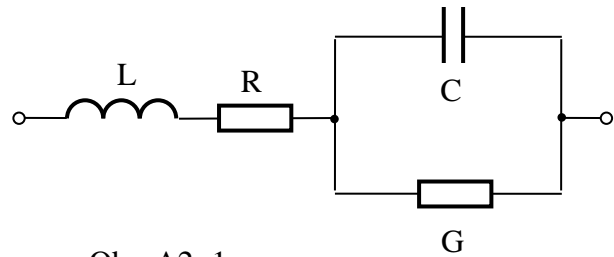
Pri riešení použite hodnoty: hmotnosť a polomer Zeme $M_Z = 5,97 \times 10^{24}$ kg, $R_Z = 6,38 \times 10^6$ m, hmotnosť a polomer Mesiaca $M_M = 7,35 \times 10^{22}$ kg, $R_M = 1,74 \times 10^6$ m. Gravitačná konštanta $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻². Doba otočenia Zeme okolo svojej osi $T_Z \approx 23,934$ h.

Pomôcka: Ak máme funkciu $y = x^n$, kde n je reálne číslo, potom pri malej zmene Δx veličiny x je zodpovedajúca zmena veličiny y rovná $\Delta y = (dy/dx)\Delta x = n x^{n-1} \Delta x$.

Moment zotrvačnosti homogénnej gule vzhľadom na jej os $J = (2/5) M R^2$, kde M je hmotnosť gule a R jej polomer.

4. Vysokofrekvenčné vlastnosti kondenzátora

Kondenzátor charakterizuje pri nízkych frekvenciách hlavný parameter, ktorým je jeho kapacita C . V náročnejších aplikáciách sa uplatňujú aj straty v dielektriku, ktoré charakterizuje vodivosť G . V katalógu sa udáva stratový faktor $\operatorname{tg} \delta = G / (\omega C)$ pre uhlovú frekvenciu ω . Pri veľmi vysokých frekvenciách sa uplatní aj odpor R a indukčnosť L prívodov. Náhradná schéma kondenzátora je na obr. A2–1.



- Uveďte vzťah pre komplexnú impedanciu Z kondenzátora podľa uvedenej schémy a vyjadrite ju ako súčet reálnej časti (rezistancia) a imaginárnej časti (reaktancia).
- Určte uhlovú frekvenciu ω_0 , pri ktorej je fázový rozdiel φ napätia a prúdu na kondenzátore nulový, $\varphi_0 = 0$. Určte impedanciu Z_0 kondenzátora pri uhlovej frekvencii ω_0 .
- Uveďte vzťah pre fázový rozdiel φ medzi napätím a prúdom ako funkciu premennej $x = \omega / \omega_0$. Určte hodnoty φ_1 a φ_2 pre hodnoty $x_1 = 1/2$ a $x_2 = 2$.
- Na základe analýzy vzťahu pre impedanciu určte podmienky pre uhlovú frekvenciu ω tak, aby kondenzátor mal vlastnosti jednoduchého paralelného $C_p G_p$ dvoj pólu alebo jednoduchého sériového $R_s L_s$ dvoj pólu. Odvoďte vzťahy pre konštantné náhradné parametre C_p, G_p, R_s, L_s .

Úlohu riešte najprv všeobecne (pri úpravách môžete použiť nerovnosti $R G \ll 1$, tzn. $1 + R G \approx 1$, a $G^2 \ll C / L$) a potom pre hodnoty $R = 0,010 \Omega$, $L = 20 \text{ nH}$, $C = 100 \text{ nF}$, $G = 50 \mu\text{S}$.

Fyzikálna olympiáda, 54. ročník – Úlohy krajského kola kategórie A

Autori úloh: (1) Arpád Kecskés – Ivo Čáp, (2 a 4) Ivo Čáp, (3) Ivo Čáp – Aba Teleki

Recenzia: Daniel Kluvanec, Ľubomír Mucha

Redakčná úprava: Ivo Čáp

Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2013