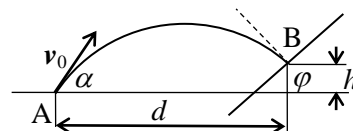


**Fyzikálna olympiáda**  
**54. ročník, 2012/2013**  
*krajské kolo*  
*kategória B*  
*zadanie úloh*

**1. Šikmý vrh**

Chlapec hádže loptu na šikmú strechu a skúma, ako sa lopta odráža naspäť. Lopta opúšťa ruku chlapca v bode A. Bod odrazu B sa nachádza vo výške  $h$  nad úrovní bodu A a vo vodorovnej vzdialenosti  $d$  od tohto bodu. Uhol sklonu strechy s vodorovnou rovinou označíme  $\varphi$ , obr. B–1.



Obr. B–1

Chlapec zistil, že ak lopta dopadne na strechu kolmo, pri dokonale pružnom odraze sa od nej odrazí a vráti sa do bodu A.

- Napište funkcie, ktoré vyjadrujú závislosť vodorovnej súradnice  $x$ , zvislej súradnice  $y$ , vodorovnej zložky  $v_x$  a zvislej zložky  $v_y$  vektora rýchlosti od času  $t$ . Po vylúčení času vyjadrite funkciu trajektórie lopty v explicitnom tvare  $y = f(x)$ .
- Odvoďte vzťah pre závislosť uhlu  $\beta$ , ktorý zvierá vektor rýchlosti pohybu lopty s vodorovným smerom, ako funkciu súradnice  $x$ , začiatočnej rýchlosti  $v_0$  a uhlu vrhu  $\alpha$ . Určte súradnicu  $x_1$ , pre ktorú  $\beta = 0$ , a uveďte, v ktorom bode C trajektórie táto podmienka platí.
- Určte hodnoty uhlu vrhu  $\alpha$  a veľkosti začiatočnej rýchlosti  $v_0$ , pre ktoré by lopta dopadla na strechu kolmo. Určte maximálnu výšku  $y_m$  vzhľadom na bod A, ktorú lopta v tomto prípade dosiahne.

Úlohu riešte všeobecne a časť c) pre hodnoty:  $d = 5,0$  m,  $h = 2,0$  m,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $g = 9,8$  m·s<sup>-2</sup>. Odpor vzduchu neuvažujte.

*Pomôcka*  $\cos^2 \alpha = 1/(1+\tan^2 \alpha)$ ,  $\sin^2 \alpha = \tan^2 \alpha/(1+\tan^2 \alpha)$ , pre uhly  $\gamma + \delta = \pi/2$  rad platí  $\tan \gamma = 1/\tan \delta$ .  
*Pozn.:* Označenia „tan“ a „tg“ pre funkciu tangens sú ekvivalentné, norma preferuje „tan“.

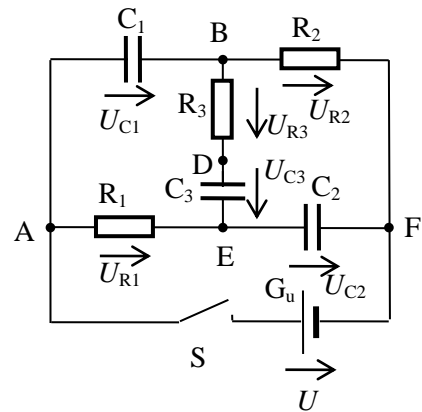
## 2. Obvod s kondenzátormi

Na obr. B-2 je schéma elektrického obvodu, ktorý pozostáva z troch rezistorov  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  s odpormi  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  a troch kondenzátorov  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  s kapacitami  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ , zdroja  $G_u$  konštantného napätia  $U$  a spínača  $S$ .

Na začiatku je spínač rozpojený a napätia na kapacitoroch sú nulové. Po zapnutí spínača nastane v obvode prechodný dej, počas ktorého sa v obvode ustália napätia na jednotlivých súčiastkach.

- Určte hodnoty napätia na jednotlivých súčiastkach a hodnotu prúdu  $I_0$ , ktorý prechádza zdrojom v okamihu zapnutia spínača.
- Určte hodnoty napätia na jednotlivých súčiastkach obvodu a prúd  $I_\infty$  v ustálenom stave po zapnutí spínača.
- Určte náboj  $Q$ , ktorý dodá zdroj do obvodu po zapnutí spínača. Odhadnite rádovo čas  $\tau$  prechodného deja.
- Určte prácu  $W$ , ktorú vykoná zdroj počas prechodného deja a teplo  $Q_r$ , ktoré sa uvoľní počas prechodného deja v rezistoroch.
- Určte účinnosť nabíjania kapacitorov, definovanú pomerom  $\eta = E_C/W$ , kde  $E_C$  je celková energia elektrického poľa nabitých kapacitorov.

Úlohu riešte všeobecne a pre hodnoty:  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 50 \text{ k}\Omega$ ,  $C_1 = 50 \text{ nF}$ ,  $C_2 = 30 \text{ nF}$ ,  $C_3 = 150 \text{ nF}$ ,  $U = 10 \text{ V}$ .



Obr. B-2

### 3. Čeljabinský meteorit

Dňa 15.2.2013 vybuchol v blízkosti uralského mesta Čeljabinsk obrovský meteorit. Tlaková vlna spôsobila veľké škody na majetku a množstvo zranení. Na základe analýzy záznamov sa zistilo, že teleso s hmotnosťou približne 11 tis. ton vstúpilo do atmosféry vo výške približne 90 km a explodovalo vo výške približne 40 km nad povrchom Zeme. Sila explózie je vyjadrená ekvivalentom 440 kiloton (kt) klasickej trhaviny TNT (sila explózie atómovej bomby nad Hirošimou bola 15 kt TNT). Išlo o najsilnejšiu meteorickú explóziu od roku 1908, kedy nad Sibírou vybuchol Tunguský meteorit. Ďalej bolo zistené, že išlo o teleso, ktoré malo pôvod v pásme asteroidov medzi trajektóriami Marsu a Jupitera, ktoré sa pohybovalo po eliptickej trajektórii siahajúcej až k trajektórii Venuše.



- Určte rýchlosť  $v_0$  telesa, ktoré sa pohybuje po kruhovej trajektórii vo vzdialenosti  $r_A$  od Slnka.
- Určte rýchlosť  $v_1$  v smere dotyčnice ku kružnicovej trajektórii, ktorú musí nadobudnúť teleso, aby prešlo na eliptickú trajektóriu s najmenšou vzdialenosťou  $r_V$  od Slnka.
- Určte rýchlosť  $v_Z$  telesa v bode elipsy, ktorý sa nachádza vo vzdialenosti  $r_Z$  od Slnka (na úrovni trajektórie Zeme).
- Teleso sa v atmosfére spomalilo odporom vzduchu až na rýchlosť  $v_3$ , čo spôsobilo zvýšenie jeho vnútornej energie s účinnosťou  $\eta$ . Táto energia sa uvoľnila pri explózii. Určte energiu explózie a vyjadrite ju pomocou energetického ekvivalentu TNT. *Pozn.: Účinnosť  $\eta$  vyjadruje pomer zvýšenia vnútornej energie a úbytku kinetickej energie telesa.*

Úlohu riešte všeobecne a pre hodnoty:  $r_A = 2,4$  AU,  $r_V = 0,72$  AU,  $r_Z = 1,0$  AU,  $m = 11 \times 10^3$  ton,  $v_3 = 20$  km·s<sup>-1</sup>,  $\eta = 40$  %, gravitačná konštanta  $G = 6,7 \times 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>·kg<sup>-2</sup>, hmotnosť Slnka  $M_S = 2,0 \times 10^{30}$  kg,  $1$  AU =  $1,5 \times 10^{11}$  m, energetický ekvivalent TNT je  $4,184$  MJ·kg<sup>-1</sup>. Vplyv planét a iných telies na pohyb asteroidu neuvažujte.

#### 4. Žiarovka

Žiarovka (príkonn  $P = 100 \text{ W}$  pri menovitom napätí  $U = 230 \text{ V}$ ) je tvorená špirálkou volfrámového vlákna umiestnenou vo vákuu v sklenenej banke. Pracovná teplota vlákna je  $t_p = 2500 \text{ }^\circ\text{C}$ . Vlákno má priemer  $d = 30 \text{ }\mu\text{m}$  a vytvára valcovú špirálku s vonkajším priemerom  $D = 0,50 \text{ mm}$ .



- Určte dĺžku  $l$  vlákna žiarovky, ak rezistivita volfrámu pri teplote  $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  je  $\rho_0 = 5,3 \times 10^{-8} \text{ }\Omega\cdot\text{m}$  a teplotný koeficient odporu  $\alpha_R = 4,5 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .
- Za predpokladu, že skrutkovica predstavuje súvislú žiarivú valcovú plochu s teplotou  $t_p$  a priemerom  $D$ , určte dĺžku  $L$  tejto valcovej plochy. Určte počet  $N$  závitov a stúpanie  $s$  skrutkovice a na základe výsledku posúďte, či je predpoklad o súvislej žiarivej valcovej ploche oprávnený (vyžaduje sa podmienka  $d < s < 2d$ ).
- Volfrám sa topí pri teplote  $t_t = 3422 \text{ }^\circ\text{C}$ . Pri akej hodnote napätia  $U_t$  by sa vlákno zohrialo na túto teplotu a roztavilo by sa?
- Životnosť uvedenej žiarovky pri nominálnej hodnote napätia  $230 \text{ V}$  sa udáva  $1000$  hodín. Na základe približného výpočtu odhadnite teplotu  $t_m$  vlákna a životnosť žiarovky pri napájaní zo zdroja napätia  $U_m = 400 \text{ V}$ . Predpokladajte, že rýchlosť stenčovania vlákna v dôsledku sublimácie volfrámu z povrch vlákna je priamo úmerná tlaku nasýtenej pary  $p_n$  volfrámu (pre odhad tlaku nasýtenej pary použite nasledujúcu tabuľku):

Teplota $t$ ( $^\circ\text{C}$ )	2 510	2 690	2 910	3 180	3 500
Tlak $p_n$ (Pa)	$1,0 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-1}$	1,0	10

Predpokladajte, že teplota vlákna je rovnaká pozdĺž celého vlákna a povrch vlákna je dokonale čierny (nulová odrazivosť). Stefanova–Boltzmannova konštanta  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$ . Pri približnom výpočte v časti e) použite zjednodušenie  $t_m - t_0 = T_m - T_0 \approx T_m$ , kde  $T$  (K) je termodynamická teplota.

---

Fyzikálna olympiáda, 54. ročník– Úlohy krajského kola kategórie B

Autori úloh: (1, 2, 4) Ivo Čáp, (3) Ľubomír Mucha – Ivo Čáp

Recenzia: Daniel Klivanec, Ľubomír Mucha

Redakčná úprava: Ivo Čáp

Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2013