

## Fyzikálna olympiáda

54. ročník, 2012/2013

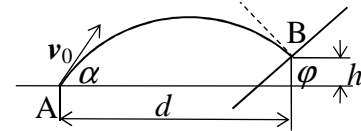
krajské kolo

kategória B

zadanie úloh

### 1. A ferde hajítás

A fiú labdát dob egy ferde tetőre, és azt vizsgálja, hogyan pattan róla vissza. A labda az A pontban hagyja el a fiú kezét. A labda a tetőt a B pontban éri el,  $h$  magasságban az A pont felett, és  $d$  vízszintes távolságban ettől a ponttól. A tető vízszinteshez viszonyított dőlésszöge  $\varphi$  (Lásd a B–1 ábrát).



B–1 ábra

A fiú rájött, ha a labda merőlegesen érkezik a tetőre, tökéletesen rugalmas ütközésnél, az A pontba pattan vissza.

- Írják le azokat a függvényeket, amelyek megadják a vízszintes  $x$  és függőleges  $y$  koordináták, valamint a sebesség  $v_x$  vízszintes és  $v_y$  függőleges komponensének időtől való függését! Fejezzék ki, az idő eliminációja után, a labda pályájának alakját  $y = f(x)$  explicit alakban!
- Vezessék le a labda mozgásirányának vízszintessel bezárt  $\beta$  szögét, mint az  $x$  koordináta,  $v_0$  kezdeti sebességének és a ferdehajítás  $\alpha$  szögének függvényét! Határozzák meg az  $x_1$  koordinátát, ahol  $\beta = 0$ , adják meg a C pontot, ahol ez a feltétel teljesül!
- Határozzák meg a ferdehajítás  $\alpha$  szögét, valamint  $v_0$  kezdeti sebességét, ha a labda merőlegesen érkezik a tetőre! Határozzák meg az A ponthoz viszonyított  $y_m$  maximális magasságot, amelyet a labda ebben az esetben ér el!

A feladatot oldják meg általánosan, a c) részt pedig a következő értékekre:  $d = 5,0$  m,  $h = 2,0$  m,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $g = 9,8$  m·s<sup>-2</sup>! A légellenállást ne vegyék figyelembe!

Segítség:  $\cos^2 \alpha = 1/(1+\tan^2 \alpha)$ ,  $\sin^2 \alpha = \tan^2 \alpha/(1+\tan^2 \alpha)$ , ha  $\gamma + \delta = \pi/2$  rad érvényes, hogy  $\tan \gamma = 1/\tan \delta$ .

Megjegyzés: A tangens funkció jelölése lehet „tan” ill. „tg”, a szabvány a „tan” jelölést ajánlja.

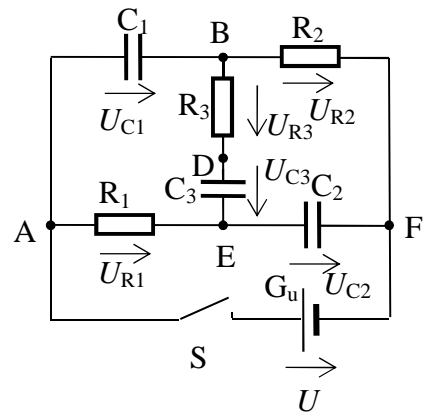
## 2. Áramkör kondenzátorokból

A B–2 ábrán egy áramkör látható, amely három rezisztorból ( $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ), három kondenzátorból ( $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ), a  $G_u$  állandó  $U$  feszültségű áramforrásból és  $S$  kapcsolóból áll.

Az elején a kapcsoló megszakítja az áramkört és a kondenzátorokon nincs feszültség. Ha a kapcsolóval zárjuk az áramkört, átmeneti folyamatok indulnak meg az áramkörben, amelyek végén az egyes komponenseken a feszültség állandósul.

- Határozzák meg a komponenseken lévő feszültséget, valamint az áramforráson áthaladó  $I_0$  áram nagyságát az áramkör zárásának pillanatában!
- Határozzák meg a komponenseken lévő feszültséget, valamint az áramforráson áthaladó  $I_\infty$  áram nagyságát az áramkör zárása után beálló állandósult állapotban!
- Határozzák meg a  $Q$  töltés nagyságát, amelyet az áramforrás ad le az áramkörnek az áramkör zárása után! Végezzenek nagyságrendi becslést az átmeneti folyamatok  $\tau$  időtartamára!
- Határozzák meg az áramforrás átmeneti folyamatai alatt végzett  $W$  munka nagyságát, valamint az áramkörben felszabaduló  $Q_t$  hő nagyságát az átmeneti folyamatok alatt!
- Határozzák meg a kondenzátorok feltöltésének hatásfokát, amelyet az  $\eta = E_C/W$  összefüggés definiál, ahol  $E_C$  a feltöltött kondenzátorok elektromos terének teljes energiája!

A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre:  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 50 \text{ k}\Omega$ ,  $C_1 = 50 \text{ nF}$ ,  $C_2 = 30 \text{ nF}$ ,  $C_3 = 150 \text{ nF}$ ,  $U = 10 \text{ V}$ .



B–2 ábra

### 3. A Cseljabinszki meteorit

2013 február 15-én egy hatalmas meteorit robbant fel az uráli Cseljabinszk város közelében. A lökéshullám nagy anyagi károkat és több sérülést okozott. A feljegyzések elemzéséből kiderült, hogy egy körülbelül 11 ezer tonna tömegű test körülbelül 90 km magasságban lépett a légkörbe, és körülbelül 40 km magasságban felrobbant. A robbanás ereje 440 kilótonna (kt) klasszikus TNT robbanószer erejével volt egyenértékű (a hirosimai atombomba ereje 15 kt TNT-nek felelt meg). A felrobbanó meteoritok közül ez volt a legjelentősebb az 1908-ban Szibériában bekövetkezett tunguszkai meteorit felrobbanása óta. További elemzések kimutatták, hogy a test a Mars és Jupiter között húzódó kisbolygók övezetéből származott, és az elliptikus pályája egészen a Vénusz pályájáig nyúlt el.



- Határozzák meg a Nap körül  $r_A$  sugarú körpályán keringő test  $v_0$  sebességét!
- Határozzák meg, mekkora – a körpályához érintőleges irányú –  $v_1$  sebességet kell elérnie a testnek ahhoz, hogy olyan elliptikus pályára álljon, amelynek a Naphoz legközelebbi távolsága  $r_v$ !
- Határozzák meg a test  $v_z$  sebességét az ellipszis pálya azon pontján, ahol a Naptól mért távolsága  $r_z$  (a Föld távolsága a Naptól)!
- A test sebessége, az atmoszférába hatolva, a légellenállás következtében  $v_3$  értékre csökkent  $\eta$  hatásfokkal növelve a belső energiáját. Ez az energia szabadult fel a robbanáskor. Határozzák meg a robbanás energiáját, és fejezzék ki klasszikus TNT robbanószer ekvivalensével! *Megjegyzés: az  $\eta$  hatásfok a belső energia növekedésének és a mozgási energia csökkenésének arányát fejezi ki.*

A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre:  $r_A = 2,4$  AU,  $r_v = 0,72$  AU,  $r_z = 1,0$  AU,  $m = 11 \times 10^3$  tonna,  $v_3 = 20$  km·s<sup>-1</sup>,  $\eta = 40$  %, a gravitációs állandó  $G = 6,7 \times 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>·kg<sup>-2</sup>, a Nap tömege  $M_S = 2,0 \times 10^{30}$  kg,  $1$  AU =  $1,5 \times 10^{11}$  m, a TNT robbanószer energetikai ekvivalense  $4,184$  MJ·kg<sup>-1</sup>. A bolygók és más testek által az aszteroida mozgására kifejtett hatást ne vegyék figyelembe!

#### 4. Az izzó

Az izzó ( $P = 100 \text{ W}$  felvett teljesítménye  $U=230 \text{ V}$  névleges feszültség mellett,) egy volfrámszálból készült spirál, amelyet vákuum vesz körül egy üvegburában. Az izzószálat  $t_p = 2\,500 \text{ °C}$  hőmérsékleten üzemeltetik. A volfrámszál átmérője  $d = 30 \text{ }\mu\text{m}$ , csavarment alakban tekeredve,  $D = 0,50 \text{ mm}$  külső átmérőjű hengert alkot.



- Határozzák meg a volfrámszál  $l$  hosszát, ha a volfrám fajlagos ellenállása  $t_0 = 20 \text{ °C}$  hőmérsékleten  $\rho_0 = 5,3 \times 10^{-8} \text{ }\Omega \cdot \text{m}$ , és az elektromos ellenállás hőmérsékleti együtthatója  $\alpha_R = 4,5 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ !
- Határozzák meg az  $L$  hosszúságot, feltételezve, hogy a csavarment alakban tekeredő volfrámszál  $D$  átmérőjű,  $L$  hosszúságú összefüggő henger alakú  $t_p$  hőmérsékletű sugárzó felületet képez! Határozzák meg a spirál tekeréseinek  $N$  számát, és a spirálszál  $s$  csavarment emelkedését – fontolják meg, az eredményből kiindulva, elfogadható-e a feltevés, hogy a spirál összefüggő sugárzófelületet hoz létre (elfogadható, ha  $d < s < 2d$ )!
- A volfrám olvadáspontja  $t_t = 3\,422 \text{ °C}$ . Mekkora  $U_t$  feszültségnél olvadna meg a volfrámszál?
- Egy izzó élettartamként ( $230 \text{ V}$  névleges feszültségnél)  $1000$  órát adnak meg. Közelítőleges számítással becsülik meg az izzószál  $t_m$  hőmérsékletét és élettartamát, ha  $U_m = 400 \text{ V}$  feszültségre kapcsoljuk! Tételezzék fel, hogy a volfrámszál vékonyodásának sebessége (a vékonyodás az izzószál felületén szublimálódó volfrám következménye) egyenesen arányos a volfrám telített gőzének  $p_n$  nyomásával (a telített gőzök nyomásának becslésére használják a következő táblázatban feltüntetett értékeket):

Hőmérséklet $t$ (°C)	2 510	2 690	2 910	3 180	3 500
Nyomás $p_n$ (Pa)	$1,0 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-1}$	1,0	10

Tételezzék fel, hogy az izzószál hőmérséklete egész hosszában azonos, és az izzószál felülete tökéletesen fekete (nulla visszaverő képesség). A Stefan-Boltzmann állandó  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ . A d) részben végzett közelítőleges számításoknál használják a következő összefüggést  $t_m - t_0 = T_m - T_0 \approx T_m$ , ahol  $T(\text{K})$  a termodinamikai hőmérséklet.

---

Fizikálna olimpiáda, 54. ročník – Úlohy krajského kola kategórie B

Autori úlohy: (1, 2, 4) Ivo Čáp, (3) Ľubomír Mucha – Ivo Čáp

Recenzia: Daniel Klivanec, Ľubomír Mucha

Preklad: Aba Teleki

Redakčná úprava: Ivo Čáp

Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2013