Fyzikálna olympiáda
54. ročník, 2012/2013
krajské kolo
kategória C
riešenie úloh

1. Termoska

Riešenie:

a) Tepelnú kapacitu termosky určíme z kalorimetrickej rovnice, ktorá má v našom prípade tvar

$$m_1 c_1 (t_v - t_1) + C_t (t_v - t_1) = m_2 c_1 (t_2 - t_v),$$ ***1 bod***

Z tejto rovnice máme

$$C_t = c_1 \left[m_2 \frac{t_2 - t_v}{t_v - t_1} - m_1 \right] \approx 81\ \mathrm{J.K^{-1}}.$$ ***2 body***

b) Práca W elektrického prúdu (Jouleovo teplo) prechádzajúceho špirálou v tomto prípade sa rovná teplu Q_1, ktoré prijme ľadová triešť pri jej zohriatí na teplotu topenia t_0, ďalej teplu L_t na skupenskú premenu triešte na vodu a teplo Q_2 na následné zohriatie tejto vody na výslednú teplotu t_2

$Q_J = Q_1 + L_t + Q_2$, kde

$$Q_1 = m_3 c_2 (t_0 - t_3) + C_t (t_0 - t_3),$$

$$L_t = m_3 l_t,$$

$$Q_2 = m_3 c_1 (t_4 - t_0) + C_t (t_4 - t_0).$$ ***3 body***

Výkon špirály je potom

$$P = \frac{Q_J}{\tau} = \frac{Q_1 + L_t + Q_2}{\tau}.$$

Pre výkon platí vzťah

$$P = \frac{U^2}{R},$$

odkiaľ napätie

$$U = \sqrt{PR}.$$ ***2 body***

Po dosadení dostávame pre hľadané napätie vzťah

$$U = \sqrt{\frac{R}{\tau}\left[(m_3 c_2 + C_t)(t_0 - t_3) + m_3 l_t + (m_3 c_1 + C_t)(t_4 - t_0)\right]}.$$

Pre dané hodnoty veličín $U \approx 34$ V. ***2 body***

2. *Meranie odporu priamou metódou*

Riešenie:

a) V zapojení podľa obrázku C–1

$$U_{\mathrm{V}a} = I_{\mathrm{A}a}\left(R_{\mathrm{A}} + R\right), \qquad \text{odkiaľ} \qquad R = \frac{U_{\mathrm{V}a}}{I_{\mathrm{A}a}} - R_{\mathrm{A}}\,.$$

V zapojení podľa obrázku C–2 (prúdový delič)

$$\frac{U_{\mathrm{V}b}}{R_{\mathrm{V}}} = I_{\mathrm{A}b}\,\frac{R}{R + R_{\mathrm{V}}}\,, \qquad \text{odkiaľ} \qquad R = \frac{1}{\dfrac{I_{\mathrm{A}b}}{U_{\mathrm{V}b}} - \dfrac{1}{R_{\mathrm{V}}}}\,.$$

b)

Rezistor	Zapojenie obr. C–1					Zapojenie obr. C–2				
	U_{V} [V]	I_{A} [mA]	R [Ω]	R_0 [Ω]	δ_R [%]	U_{V} [V]	I_{A} [mA]	R [Ω]	R_0 [Ω]	δ_R [%]
R_1	12,0	174	68,0	69,0	1,5	11,8	174	68,0	67,8	–0,3
R_2	12,0	0,214	56,0 k	56,1 k	0,2	11,9	0,809	55,6 k	14,7 k	–74

V prípade menšieho odporu R_1 sú výsledky rovnaké. V prípade väčšieho odporu R_2 sa výsledky líšia o 0,7 %. Malé rozdiely hodnôt získaných pre daný rezistor podľa dvoch zapojení sú spôsobené iba nepresnosťou nameraných hodnôt. Ide o náhodnú chybu,

c) Pre meranie podľa schémy zapojenia na obr. C–1 je relatívna chyba

$$\delta_{\mathrm{Ra}} = \frac{R_{\mathrm{A}}}{\dfrac{U_{\mathrm{V}a}}{I_{\mathrm{A}a}} - R_{\mathrm{A}}} = \frac{R_{\mathrm{A}}}{R}\,,$$

pre zapojenie podľa obr. C–2

$$\delta_{\mathrm{Rb}} = -\frac{1}{R_{\mathrm{V}}}\frac{U_{\mathrm{V}b}}{I_{\mathrm{A}b}} = -\frac{R}{R_{\mathrm{V}}}\,\frac{1}{1 + \dfrac{R}{R_{\mathrm{V}}}}\,.$$

Veľmi malá systematická chyba pri použití jednoduchého vzťahu je pri meraní podľa obr. C–1 pre $R >> R_{\mathrm{A}}$ – vhodné pre meranie veľkých hodnôt odporu.

Pri meraní podľa obr. C–2 pre $R << R_{\mathrm{V}}$ – vhodné pre meranie malých hodnôt odporu.

Ak je k dispozícii multimeter s R_{V} = 10 MΩ je vhodné pre meranie odporu R << 10 MΩ použiť zapojenie podľa obr. C–2 a jednoduchý vzťah pre určenie odporu.

3. Tlak zväzku molekúl

Riešenie:

a) Hmotnosť molekuly $m = M_m/N_A$, pre dané hodnoty $m = 7{,}31\times10^{-26}$ kg.
Koncentrácia molekúl $c = N/V = n\,N_A/V$, pre dané hodnoty $c = 1{,}20\times10^{26}\ \mathrm{m^{-3}}$. ***1 bod***

b) Ak vyjadríme kinetickú energiu molekuly $E_k = (1/2)\,m\,v^2$, dostaneme zodpovedajúcu rýchlosť $v = \sqrt{\dfrac{3k_BT}{m}} = \sqrt{\dfrac{3k_BN_AT}{M_m}}$, pre dané hodnoty $v = 412\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. ***1 bod***

c) Ak uvažujeme molekuly, ktoré sa pohybujú rýchlosťou v kolmo na stenu, dosiahnu za čas Δt_1 povrch molekuly z vrstvy s hrúbkou $h_1 = v\,\Delta t_1$. Na plochu s obsahom S_1 dopadnú molekuly z objemu $V_1 = S_1\,h_1$. Počet týchto molekúl je

$$N_1 = \frac{c}{6}V_1 = \frac{n\,N_A}{6V}\,S_1\,v\,\Delta t_1 = \frac{n\,N_A}{6\,V}\sqrt{\frac{3k_BN_AT}{M_m}}\,S_1\,\Delta t_1\,.$$

Pre dané hodnoty $N_1 = 8{,}27\times10^{15}\ \mathrm{m^{-2}\cdot s^{-1}}$. ***2 body***

d) Pre veľkosť impulzu sily I_m a zmenu hybnosti Δp_x častice platí $I_m = \Delta p_x$. Pri pružnom odraze od nehybnej steny je veľkosť rýchlosti po odraze i pred odrazom rovnaká

$I_{m0} = 2\,m\,v = 2\sqrt{\dfrac{3k_BM_mT}{N_A}}$, pre dané hodnoty $I_{m0} = 6{,}03\times10^{-23}$ N·s. ***1 bod***

Tlak na stenu

$p_0 = \dfrac{N_1\,I_{m0}}{S_1\,\Delta t_1} = \dfrac{n\,m\,N_A}{3V}\,v^2 = \dfrac{n\,N_A k_B}{V}\,T$, pre dané hodnoty $p_0 = 4{,}98\times10^5$ Pa. ***2 body***

Ako vidno dostali sme stavovú rovnicu ideálneho plynu $pV = n\,R_m\,T$, kde $R_m = N_A\,k_B$.

e) Vzhľadom na vysoký pomer hmotnosti piestu a hmotnosti molekuly neovplyvní odraz molekúl pohyb piestu. V sústave spojenej s piestom ide o pružný odraz ako v prípade d) s rýchlosťou dopadu a odrazu $v - u$. V sústave nehybnej nádoby je rýchlosť molekuly pred dopadom v a po odraze $v - 2u$. Impulz sily pri odraze

$I_{m1} = m\,v + m\,(v - 2u) = 2\,m\,(v - u) = I_{m0}\left(1 - \dfrac{u}{v}\right)$,

pre dané hodnoty veličín $I_{m1} = 3{,}83\times10^{-23}$ N·s. ***1 bod***

Tlak na piest

$$p_1 = \frac{1}{S_1\,\Delta t_1}N_1^*\,I_{m1} = \frac{1}{S_1\,\Delta t_1}\left[\frac{n\,N_A}{6V}\,S_1\,(v-u)\,\Delta t_1\right]\left[2m(v-u)\right] =$$

$$= \frac{n\,m\,N_A}{3V}\,(v-u)^2 = p_0\left(1-\frac{u}{v}\right)^2$$

Pre dané hodnoty $p_1 = 0{,}64\times p_0 = 3{,}17\times10^5$ Pa. ***2 body***

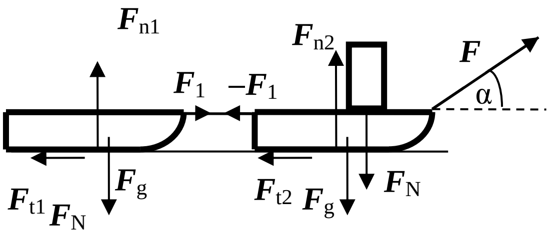
Na zvyšné nepohyblivé steny pôsobí tlak p_0. Pri pohybe piestu možno považovať tlak na všetky steny za rovnaký, ak je rýchlosť pohybu piestu $u \ll v$.

Pozn.: Uvedený jav sa vyskytuje napr. u spaľovacích motorov alebo u vysokootáčkových turbín. Jav je jednou z príčin nevratnosti termodynamického procesu spojeného s rýchlym pohybom piestu. Dôsledkom je aj nižšia účinnosť tepelných strojov.

4. Sánkovačka

Riešenie:

a) Obrázok s vyznačením pôsobiacich síl:



Obr. RC-1

$\boldsymbol{F}_1$ – ťahová sila povrazu, $\boldsymbol{F}_N$ – tlaková sila Zuzky na sánky (rovná veľkosti jej tiaže Mg), $\boldsymbol{F}_g$ – tiažová sila pôsobiaca na sánky (veľkosť mg), $\boldsymbol{F}_{n1}$ a $\boldsymbol{F}_{n2}$ – tlakové sily snehu na sánky, $\boldsymbol{F}_{t1}$ a $\boldsymbol{F}_{t2}$ – sily trenia, $\boldsymbol{F}$ – sila ťahu povrazu za ktorý ťahá Miško.

obrázok 2 body, opis 1 bod

b) Pri rovnomernom pohybe je výslednica síl rovná nule.
Rovnováha v zvislom smere pre predné sánky
$F_g + F_N - F_{n2} - F \sin\alpha = 0$,
vo vodorovnom smere
$F \cos\alpha - F_1 - F_{t2} = 0$,
pričom
$F_{t2} = f F_{n2} = f(mg + Mg - F \sin\alpha)$ a $F_1 = F_{t1} = f F_{n1} = f m g$.
odkiaľ dostaneme

$$F = g\, f\, \frac{2m + M}{\cos\alpha + f \sin\alpha}$$, pre dané hodnoty F = 28 N. ***3 body***

c) Pre f_2 = 0,50 dostaneme

α (°)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
F (N)	296	274	263	260	265	279	304	345	414	539

tabuľka 2 body

Z tabuľky vidno, že najmenšia hodnota sily $F_m \approx 260$ N sa dosiahne pri uhlu sklonu povrazu $\alpha_m \approx 30°$. ***2 body***

Fyzikálna olympiáda, 54. ročník – Úlohy krajského kola kategórie C
Autori úloh: (1) Ľubomír Konrád, (2, 3, 4) Ľubomír Mucha
Recenzia: Daniel Kluvanec, Ivo Čáp
Redakčná úprava: Ivo Čáp
Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2013