

54. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2012/2013
Riešenia úloh 3. kola kategórie E

1. Plavba motorového člna po rieke

Ak v_{ξ} je rýchlosť motorového člna vzhľadom na vodu v rieke, v_o je rýchlosť prúdu vody v rieke vzhľadom na breh a d je vzdialenosť medzi osadami, tak pri plavbe po prúde platí pre pohyb motorového člna $v_{\xi} + v_o = d / t_1$, pri plavbe opačným smerom $v_{\xi} - v_o = d / t_2$. **4 body**

Rýchlosť pohybu rybárskeho člna vzhľadom na breh je rovnaká ako rýchlosť prúdu vody v rieke, teda platí $v_o = d / t$, kde t je čas plavby rybárskeho člna do druhej osady. **1 bod**

Od prvej rovnice odčítame druhú, dostaneme $2v_o = d / t_1 - d / t_2$. Po dosadení z tretej rovnice

a úprave dostaneme hľadaný čas $t = \frac{2t_1 t_2}{t_2 - t_1}$.

Pre dané hodnoty veličín $t = 240 \text{ min} = 4 \text{ h}$.

5 bodov

2. Balón a slon

- a) Na ukotvený balón pôsobí tiažová sila konštrukcie balóna, koša a posádky F_{G1} , tiažová sila vodíkovej náplne F_{G2} , vztlaková sila F_{VZ} a ťahová sila F_1 , ktorou je napínané kotviace lano. **2 body**

Vztlaková sila pôsobiaca na balón má veľkosť $F_{VZ} = V \rho_{v0} g$. Pre dané hodnoty veličín $F_{VZ} = 9\,100 \text{ N} = 9,1 \text{ kN}$. **2 body**

- b) Sila, ktorou je napínané lano, je rovná rozdielu vztlakovej sily pôsobiacej smerom nahor a tiažovej sily pôsobiacej smerom nadol. Platí

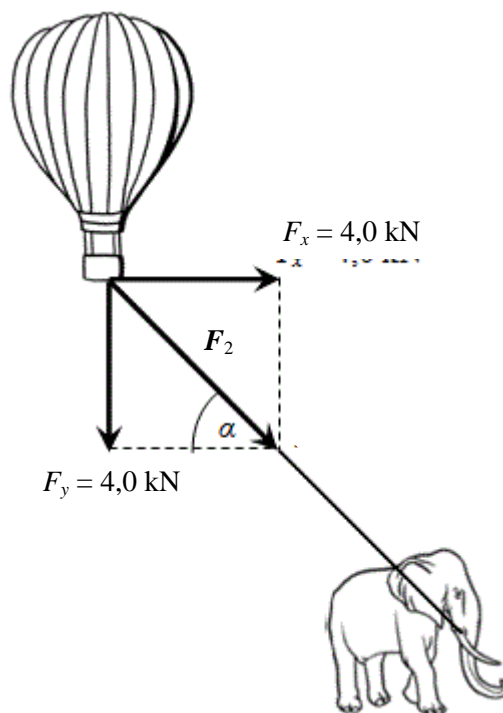
$$F_1 = F_{VZ} - (F_{G1} + F_{G2}) = \\ = V \rho_{v0} g - (m g + V \rho_H g).$$

Pre dané hodnoty veličín

$$F_1 = 4\,000 \text{ N} = 4,0 \text{ kN}. \quad \textbf{3 body}$$

- c) V zvislom smere pôsobí na balón rovnako veľká sila ako v predchádzajúcom prípade ($F_y = 4,0 \text{ kN}$). Lano zvierá s vodorovným, ale aj zvislým smerom uhol 45° , takže zložka sily F_x vo vodorovnom a zložka sily F_y v zvislom smere majú rovnakú veľkosť. Výsledná sila je preponou v pravouhlom trojuholníku s odvesnami veľkosti $F_x = F_y = F = 4,0 \text{ kN}$ (obr.). Potom celková sila ktorou pôsobí lano na balón je

$$F_2 = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = F\sqrt{2}. \text{ Pre dané hodnoty veličín } \approx 5,66 \text{ kN}. \quad \textbf{3 body}$$



3. Ohrievač vody v akváriu

- a) Voľná hladina vody v akváriu má obsah $S = \text{dĺžka} \times \text{šírka} = 32 \text{ dm}^2 = 0,32 \text{ m}^2$. Z akvária sa každú hodinu vyparí voda s hmotnosťou $m = (50 \text{ g/m}^2) \times 0,32 \text{ m}^2 = 16 \text{ g}$ vody. Na zmenu skupenstva sa každú hodinu spotrebuje teplo $Q_1 = m l_v$.

Pre dané hodnoty $Q_1 \approx 37 \text{ kJ}$.

2 body

- b) Objem vody v akváriu je $V = (4/5) \times 80 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} = 76,8 \text{ litrov}$, čomu podľa výrobcu zodpovedá príkon $P_0 = 76,8 \text{ W} \approx 77 \text{ W}$.

1 bod

- c) Za jeden deň sa na vyparovanie vody z akvária spotrebuje teplo

$Q_2 = 24 \text{ h} \times 36,8 \text{ kJ} = 883,2 \text{ kJ}$. Tepelné straty sú kompenzované výkonom ohrievača. Výkon ohrievača $P = P_0 = 76,8 \text{ W}$. Doba prevádzky ohrievača $\tau_1 = Q_2 / P$. Pre dané hodnoty veličín $\tau_1 = 883 \text{ kJ} / 76,8 \text{ W} \approx 11\,500 \text{ s} \approx 3,19 \text{ hod}$.

4 body

- d) Čerstvej vode musí ohrievač dodať teplo $Q_3 = m c (t - t_0) = \rho V c (t - t_0)$. Pre dané hodnoty $Q_3 = 5,8 \text{ MJ}$. Doba zapnutia ohrievača $\tau_2 = Q_3 / P$.

Pre dané hodnoty $\tau_2 \approx 75\,600 \text{ s} = 21 \text{ hodín}$.

3 body

4. Vykurovanie žiarovkami

- a) Zo zadania úlohy je zrejmé, že teplo odovzdané žiarovkou je rovné elektrickej práci žiarovky za každú sekundu. Teda aj tepelný výkon každej žiarovky $P_0 = 100 \text{ W}$. Na vykúrenie bytu na požadovanú teplotu potom potrebný tepelný výkon

$P = 2 \cdot 3600 \text{ W} = 7,2 \text{ kW}$. Na to potrebujeme $N = P/P_0 = 72$ žiaroviek.

1 bod

- b) Prúd prechádzajúci každou žiarovkou $I_0 = P_0 / U$. $I_0 = 100 \text{ W} / (230 \text{ V}) \approx 0,430 \text{ A}$.

1 bod

- c) Žiarovky musia byť zapojené do elektrickej siete paralelne (vedľa seba).

1 bod

- d) Žiarovky odoberajú z elektrickej siete celkový prúd $I = N I_0$, $I \approx 39 \text{ A}$.

1 bod

- e) Priemerná dĺžka vykurovacej sezóny je

$\tau = 200 \text{ dní} \cdot 12 \text{ hodín} = 2\,400 \text{ hodín}$.

1 bod

Žiarovky za vykurovaciu sezónu spotrebujú elektrickú energiu

$W = P t$, $W = 9\,000 \text{ W} \cdot 2\,400 \text{ h} = 21,6 \text{ MWh} \approx 22 \text{ MWh}$.

1 bod

Cena spotrebovanej elektrickej energie

$C = 21,6 \text{ MWh} \cdot 65 \text{ €} / \text{MWh} = 1\,404 \text{ €}$.

1 bod

- f) Za vykurovaciu sezónu potrebujeme $n = N \cdot (t / T)$ žiaroviek,

$n = 90 \cdot 2\,400 \text{ h} / 1000 \text{ h} = 216$ žiaroviek.

1 bod

Cena žiaroviek $216 \cdot 0,45 \text{ €} = 97,20 \text{ €}$.

1 bod

Celkové náklady sú $1\,404 \text{ €} + 97,20 \text{ €} = 1\,501,20 \text{ €}$,

z čoho cena za žiarovky tvorí približne 6,5 %.

1 bod

54. ročník Fyzikálnej olympiády – Riešenia úloh 3. kola kategórie E

Autori úloh: Ľubomír Konrád 1,2, Dušan Nemeč 3,4

Recenzia: Ivo Čáp, Daniel Klivanec

Redakcia: Ľubomír Konrád

Vydal: IUVENTA, Bratislava, 2013