

54. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2012/2013

Riešenia úloh 2. kola kategórie E

(ďalšie informácie na <http://fpv.utc.sk/fo> a www.olympiady.sk)

1. Pohyblivé schody

- a) Ak je dĺžka eskalátora medzi horným a dolným koncom s , tak rýchlosť eskalátora vzhľadom na okolie $v_1 = s/t_1$ a rýchlosť chôdze cestujúceho, kráčajúceho po nehybnom eskalátore $v_2 = s/t_2$. Ak cestujúci kráča po pohybujúcom sa eskalátore, pohybuje sa vzhľadom na okolie rýchlosťou $v_1 + v_2$.

Čas jeho pohybu po eskalátore je potom

$$t_3 = \frac{s}{v_1 + v_2} = \frac{s}{s/t_1 + s/t_2} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}.$$

Pre dané hodnoty $t_3 \approx 0,86 \text{ min} = 52 \text{ s}$.

3 body

- b) V tomto prípade prvú polovicu prepravy absolvuje cestujúci rýchlosťou v_1 za čas $t_1/2$ a druhú polovicu za čas

$$\frac{s/2}{v_1 + v_2} = \frac{1}{2} \frac{s}{v_1 + v_2} = \frac{t_3}{2}.$$

Celkový čas potrebný na prepravu cestujúceho tomto prípade je

$$t_4 = \frac{1}{2} \left(t_1 + \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} \right).$$

Pre dané hodnoty veličín $t_4 \approx 1,18 \text{ min} \approx 71 \text{ s}$.

3 body

Pozn.: Čas t_4 môže riešiteľ určiť aj intuitívne ako súčet časov $t_1/2$ a $t_3/2$, tzn. $t_4 = 0,5 (t_1 + t_3)$. Pre vypočítané hodnoty máme $t_4 \approx 0,5 (90 \text{ s} + 52 \text{ s}) = 71 \text{ s}$. V tom prípade za časť b) 3 body

- c) Keď cestujúci kráča nahor rýchlosťou v_3 , je čas dosiahnutia horného konca

$$t_5 = \frac{s}{v_1 + v_3} = \frac{v_1 t_1}{v_1 + v_3}.$$

Odtiaľ dostaneme výsledky

$$v_1 = v_3 \frac{t_5}{t_1 - t_5}, \text{ pre dané hodnoty } v_1 \approx 2,8 \text{ km/h.}$$

2 body

$$s = t_5 (v_1 + v_3) = v_3 \frac{t_1 t_5}{t_1 - t_5}, \text{ pre dané hodnoty } s \approx 71 \text{ m.}$$

2 body

2. Topenie ľadu

- a) ľad sa najprv zohrieva a voda v nádobe ochladzuje. Ak sa ľad zohreje na teplotu t_0 a voda má teplotu väčšiu ako t_0 , začne sa ľad roztápať, pričom vzniknutá voda sa zohrieva na teplotu vody v nádobe a túto vodu naďalej ochladzuje. Ak klesne teplota vody na t_0 , roztápanie ľadu sa zastaví a vo vode zostane plávať zvyšok ľadu. Ak sa roztopí všetok ľad predtým ako sa voda v nádobe ochladí na t_0 , zostane v nádobe voda s teplotou väčšou ako t_0 . **2 body**

- b) Aby sa ľad zohrial na teplotu topenia t_0 a roztopil sa, musí prijať najmenej teplo

$$Q_1 = m_2 c_2 (t_0 - t_2) + m_2 l_t = m_2 [c_2 (t_0 - t_2) + l_t].$$

Pre dané hodnoty $Q_1 \approx 170$ kJ.

3 body

- c) Voda môže pri uvedenej tepelnej výmene odovzdať nanajvyš teplo

$$Q_2 = m_1 c_1 (t_1 - t_0), \text{ pre dané hodnoty } Q_2 = 504 \text{ kJ.}$$

Voda má dostatočnú vnútornú energiu, aby odovzdala teplo potrebné na roztopenie ľadu, lebo $Q_2 > Q_1$. **2 body**

- d) Ak sa všetok ľad roztopí a výsledná teplota vody v nádobe je t , tak podľa kalorimetrickej rovnice platí

$$m_1 c_1 (t_1 - t) = m_2 c_2 (t_0 - t_2) + m_2 l_t + m_2 c_1 (t - t_0) \quad \mathbf{1 bod}$$

a pre výslednú teplotu dostaneme

$$t = \frac{m_1 c_1 t_1 - m_2 (c_2 (t_0 - t_2) + l_t - c_1 t_0)}{(m_1 + m_2) c_1}, \text{ pre dané hodnoty } t \approx 22 \text{ }^\circ\text{C.} \quad \mathbf{2 body}$$

3. Jazda na skútri

- a) Pri danom výkone a rýchlosti pohybu je ťažná sila

$$F = P/v, \text{ pre dané hodnoty } F = 114 \text{ N.} \quad \mathbf{2 body}$$

Pôsobisko ťažnej sily je v mieste dotyku pneumatiky poháňaného kolesa (zadného) s vozovkou. **1 bod**

- b) Motor vykonal prácu $W = P t$, pre dané hodnoty $W = 1,14$ MJ. **2 body**

- c) Príkion motora $P_0 = P/\eta$, pre dané hodnoty $P_0 = 7,6$ kW. **1 bod**

Počas jazdy spotreboval benzín s objemom

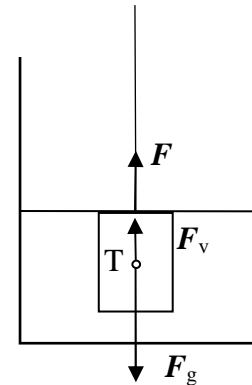
$$V = \frac{Q}{L} = \frac{P_0 t}{L} = \frac{P t}{\eta L}, \text{ pre dané hodnoty } V = 0,15 \text{ litra.} \quad \mathbf{2 body}$$

- d) Merná spotreba

$$w = \frac{V}{s} = \frac{P}{\eta L v}, \text{ pre dané hodnoty } w = 1,52 \text{ litra/100 km.} \quad \mathbf{2 body}$$

4. Vyťahovanie valčeka

- a) V obr. ER–1 je znázornený valček ponorený vo vode. Na valček pôsobia sily F_g – tiažová sila, F_v – vztlaková sila a F – sila ťahu nitky. Pôsobiskom sily F_g je ťažisko valčeka T, sily F_v ťažisko ponorenej časti valčeka, tzn. T v prípade valčeka ponoreného celým objemom a sily F ťahu nitky s pôsobiskom v bode upevnenia vlákna (stred hornej podstavy).



Obr. ER–1

2 body

- b) V stave rovnováhy je nulová výslednica všetkých síl, ktoré pôsobia na valček: $F + F_g + F_v = 0$.

Pre veľkosti síl platí rovnica $F = F_g - F_v$.

Výsledná sila napínajúca nitku je daná rozdielom tiažovej a vztlakovej sily

$$F = m g - S x \rho_0 g = m g - \frac{V}{h} \rho_0 g x = m g \left(1 - \frac{V \rho_0}{m} \frac{x}{h} \right). \quad \text{1 bod}$$

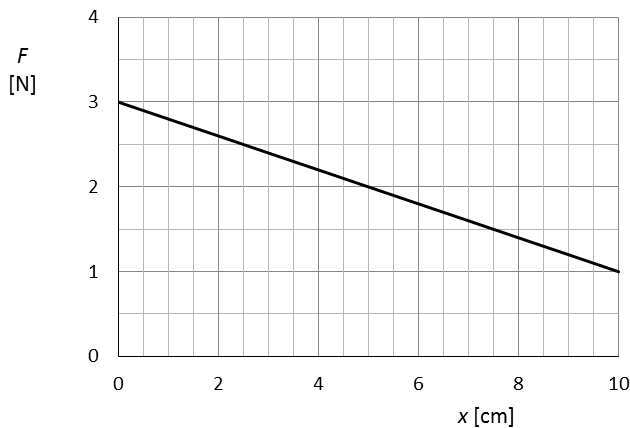
Maximálna a minimálna hodnota sily F je $F_{\max} = m g$, $F_{\min} = m g \left(1 - \frac{V \rho_0}{m} \right)$,

pre dané hodnoty $F_{\max} = 3,0 \text{ N}$, $F_{\min} = 1,0 \text{ N}$.

1 bod

Graf závislosti sily od hĺbky ponorenia:

2 body



- c) Pre hĺbku x_1 platí

$$\frac{F_{\max}}{2} = \frac{m g}{2} = m g \left(1 - \frac{V \rho_0}{m} \frac{x_1}{h} \right)$$

a odtiaľ dostaneme

$$x_1 = \frac{m h}{2 V \rho_0}, \text{ pre dané hodnoty } x_1 = 7,5 \text{ cm}. \quad \text{1 bod}$$

Pre hĺbku x_2 platí

$$2 F_{\min} = 2 m g \left(1 - \frac{V \rho_0}{m} \right) = m g \left(1 - \frac{V \rho_0}{m} \frac{x_2}{h} \right),$$

odkiaľ dostaneme

$$x_2 = \left(2 - \frac{m}{V\rho_0} \right) h, \text{ pre dané hodnoty } x_2 = 5,0 \text{ cm.}$$

1 bod

- d) Prácu určíme z grafu ako veľkosť plochy medzi úsečkou závislosti sily od hĺbky a osou x

$$W = \frac{F_{\max} + F_{\min}}{2} h, \text{ pre dané hodnoty } W = 2,0 \text{ J.}$$

Prácu možno určiť aj ako prírastok potenciálnej energie sústavy. Pri vynáraní je prírastok potenciálnej energie valčeka $\Delta E_{p1} = m g h$. Pri vynorení valčeka priestor po valčeku zaplní voda. Potenciálna energia vody tak poklesne $\Delta E_{p2} = -V \rho_0 g (h/2)$ – hladina vody nepatrne poklesne, tzn. vrstvička vody na hladine sa objaví ako výplň dutiny po valčeku s ťažiskom v polovici výšky h , a teda ťažisko vody s objemom V poklesne o $h/2$.

Celková práca

$$W = \left(m - \frac{V\rho_0}{2} \right) g h, \text{ pre dané hodnoty } W = 2,0 \text{ J.}$$

Oba postupy vedú na rovnaký výsledok.

ktorýkoľvek správny postup a výsledok 2 body