

54. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2012/2013

Riešenia úloh obvodného kola kategórie F

1. Vlaky

- a) Pre vzdialenosť medzi stanicami platí $d = v_1 t + v_2 t$, odkiaľ čas pohybu do stretnutia vlakov je

$$t = \frac{d}{v_1 + v_2} \approx 1,11 \text{ h} \approx 1 \text{ h } 7 \text{ min.} \quad \text{1 bod}$$

Čas stretnutia vlakov je 14:32. 1 bod

- b) Vzdialenosť x miesta stretnutia od stanice A je potom

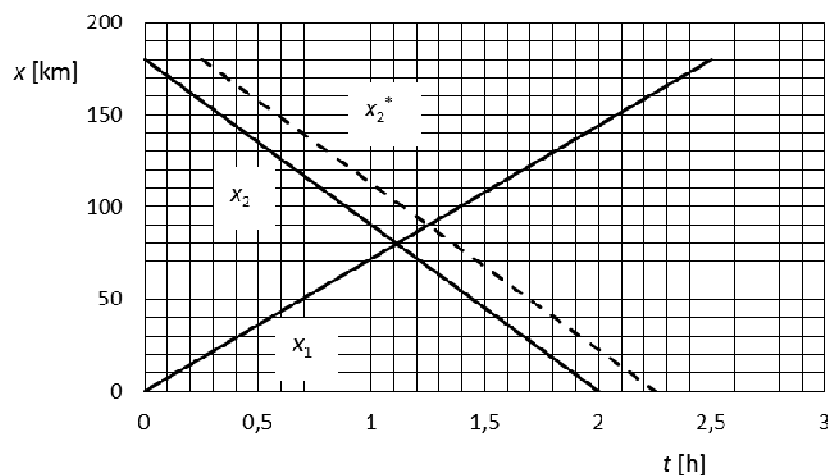
$$x = v_1 t, \quad x \approx 80 \text{ km.} \quad \text{1 bod}$$

- c) Ak sa vlaky majú stretnúť v polovici trate, tak prvý z nich bude na trati čas t_1 a druhý čas t_2 , pričom platí $v_1 t_1 = d/2$, $v_2 t_2 = d/2$. Časové oneskorenie, s ktorým treba vypraviť vlak zo stanice B, je potom správna úvaha 1 bod

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{d}{2v_1} - \frac{d}{2v_2} = \frac{d}{2} \frac{v_2 - v_1}{v_1 v_2}; \quad \Delta t = 0,25 \text{ h} = 15 \text{ min.} \quad \text{1 bod}$$

Druhý vlak by teda musel byť vypravený o 13:40. 1 bod

- d) Graf správny graf (označenie osí, jednotky, mierka) 1 bod



Obr. FR-1

Priamka x_1 znázorňuje pohyb prvého vlaku (vzdialenosť od stanice A sa zväčšuje), priamka x_2 pohyb druhého vlaku (ku stanici A sa približuje). Priesečník predstavuje okamih stretnutia vlakov.

správne znázornené pohyby vlakov x_1 a x_2 **1 bod**

- e) Z grafu určíme čas a vzdialenosť

$$t \approx 1,1 \text{ h} = 1 \text{ h } 6 \text{ min.}$$

Čas stretnutia určený z grafu je 14:31.

Vzdialenosť miesta stretnutia od stanice A

$$x \approx 80 \text{ km.}$$

Vidíme, že výsledky sa zhodujú s výpočtom. Malá odchýlka v určení času stretnutia je spôsobená presnosťou odčítania z grafu (tu presnosť na $\pm 0,01$ hod, t.j. približne 1 min).

1 bod

- f) Aby bolo miesto stretnutia v polovici trate, zakreslíme rovnobežku s priamkou x_2 tak, aby priamku x_1 pretínala v bode so súradnicou $x = d/2 = 90 \text{ km}$ (v grafe čiarkovaná priamka x_2^*). Z grafu určíme posunutie tejto priamky $\Delta t \approx 0,25 \text{ h} = 15 \text{ min}$. V rámci presnosti určenia posunutia dostávame výsledok zhodný s výsledkom výpočtu v časti c) **1 bod**

2. Sneh na chodníku

- a) Pre hmotnosť napadnutého snehu platí $m = V\rho_1 = d s h_1 \rho_1$, $m = 675 \text{ kg}$. **2 body**

- b) Ak sa všetok sneh roztopí, vznikne vrstva vody s rovnakou hmotnosťou a s hrúbkou h , pričom platí $m = d s h \rho_2$, odkiaľ

$$h = \frac{m}{d s \rho_2} = \dots = h_1 \frac{\rho_1}{\rho_2}.$$

Pre dané hodnoty veličín $h = 1,5 \text{ cm}$.

3 body

- c) Na roztopenie snehu je potrebné teplo

$$Q = m c (t_2 - t_1) + m l_t = m [c (t_2 - t_1) + l_t].$$

Pre dané hodnoty veličín $Q \approx 230 \text{ MJ}$.

5 bodov

3. Vyťahovanie valčeka

- a) V obr. FR-2 je znázornený valček vo vode. Na valček pôsobia sily F_g – tiažová sila, F_v – vztlaková sila a F – sila ťahu nitky. Pôsobiskom sily F_g je ťažisko valčeka T, sily F_v ťažisko ponorenej časti valčeka, tzn. T v tomto prípade valčeka ponoreného celým objemom a sily F bod upevnenia vlákna (stred hornej podstavy). **2 body**

- b) V stave rovnováhy je nulová výslednica všetkých síl, ktoré pôsobia na valček: $F + F_g + F_v = 0$.

Pre veľkosti síl platí rovnica $F = F_g - F_v$.

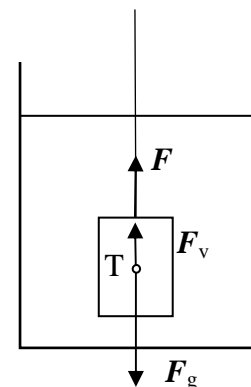
2 body

Výsledná sila napínajúca nitku je daná rozdielom tiažovej a vztlakovej sily

$$F = m g - V\rho_0 g = m g - \frac{m}{\rho} \rho_0 g = m g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right),$$

Pre dané hodnoty $F = 0,5 \text{ N}$.

3 body



Obr. FR-2

- c) Ak je valček ponorený iba polovicou svojho objemu poklesne veľkosť vztlakovej sily na polovičnú hodnotu. Sila napínajúca nitku je daná rozdielom tiažovej a vztlakovej sily

$$F_1 = m g - \frac{V}{2} \rho_0 g = m g - \frac{m}{2\rho} \rho_0 g = m g \left(1 - \frac{\rho_0}{2\rho} \right).$$

Pre dané hodnoty veličín $F_1 = 1,75 \text{ N}$. Žiakova hypotéza teda nebola správna. **3 body**

4. Pohyblivé schody

- a) Ak je dĺžka eskalátora medzi horným a dolným koncom s , tak rýchlosť eskalátora vzhľadom na okolie $v_1 = s/t_1$ a rýchlosť chôdze cestujúceho, kráčajúceho po nehybnom eskalátore $v_2 = s/t_2$. Ak cestujúci kráča po pohybujúcom sa eskalátore, pohybuje sa vzhľadom na okolie rýchlosťou $v_1 + v_2$.
správna úvaha 2 body

Čas jeho pohybu po eskalátore je potom

$$t_3 = \frac{s}{v_1 + v_2} = \frac{s}{s/t_1 + s/t_2} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}.$$

Pre dané hodnoty $t_3 \approx 0,86 \text{ min} = 52 \text{ s}$.

3 body

- b) V tomto prípade prvú polovicu prepravy absolvuje cestujúci rýchlosťou v_1 za čas $t_1/2$ a druhú polovicu za čas

$$\frac{s/2}{v_1 + v_2} = \frac{1}{2} \frac{s}{v_1 + v_2} = \frac{t_3}{2}.$$

Celkový čas potrebný na prepravu cestujúceho tomto prípade je

$$t_4 = \frac{1}{2} \left(t_1 + \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} \right).$$

3 body

Pre dané hodnoty veličín $t_4 \approx 1,18 \text{ min} \approx 71 \text{ s}$.

2 body

Pozn.: Čas t_4 môže riešiteľ určiť aj intuitívne ako súčet časov $t_1/2$ a $t_3/2$, tzn. $t_4 = 0,5 (t_1 + t_3)$. Pre vypočítané hodnoty máme $t_4 \approx 0,5 (90 \text{ s} + 52 \text{ s}) = 71 \text{ s}$. V tom prípade za časť b) 3 body

54. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy obvodného kola kategórie F

Autor úloh: Eubomír Konrád
 Recenzia: Daniel Klivanec, Ivo Čáp
 Redakcia: Eubomír Konrád, Ivo Čáp
 Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava, 2013