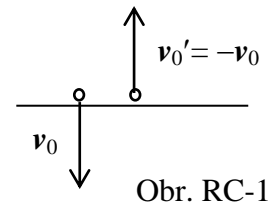


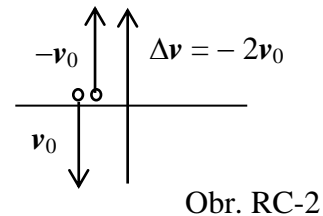
Fyzikálna olympiáda  
54. ročník, 2012/2013  
školské kolo  
kategória C  
riešenie úloh

**1. Odraz pružnej loptičky**

- a) Sila pružnosti stlačenej loptičky odrazí loptičku proti smeru rýchlosti  $v_0$  jej dopadu. Ak je odraz dokonale pružný, loptička si počas odrazu svoju celkovú energiu zachováva, tzn., že po odraze od dosky má rýchlosť  $v_0'$ , pričom platí  $v_0' = v_0$  (veľkosti rýchlostí sú rovnaké). Situáciu znázorňuje obr. RC-1. (1bod)



- b) Veľkosť vektora  $\Delta v$ , ako vyplýva aj z vektorového diagramu na obr. RC-2, je  $|\Delta v| = 2 v_0$   
Pre dané hodnoty  $|\Delta v| = 28 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . (2 body)

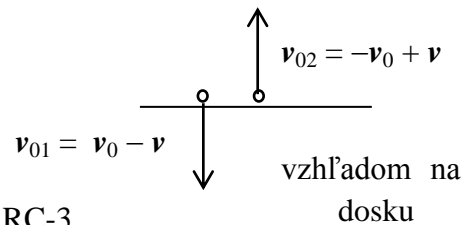
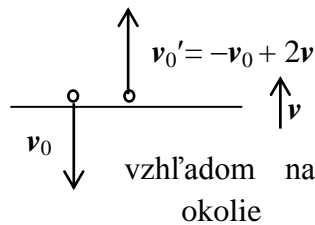


- c) Z impulzovej vety platí  $F \tau = \Delta p = m |v_0' - v_0| = m |\Delta v| = 2 m v_0$ .

Z toho  $F = 2 m v_0 / \tau$ ,

pre dané hodnoty  $F = 700 \text{ N}$ . (2 body)

- d) Vzhľadom na dosku dopadá loptička rýchlosťou  $v_0 - v$ , obr. RC-3. Rýchlosť loptičky po odraze vzhľadom na dosku je  $v_{o2} = -v_0 + v$ .



Veľkosť  $v_{o2} = v_0 + v$ , pre dané hodnoty  $v_{o2} = 24 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . (2 body)

- e) Rýchlosť  $v_2$  loptičky vzhľadom na inerciálnu sústavu spojenú s okolím bude daná súčtom rýchlosti  $v_{o2}$  loptičky vzhľadom na sústavu spojenú s doskou a rýchlosti pohybu tejto sústavy (dosky)  $v$  vzhľadom na okolie, tzn.  $v_2 = v_{o2} + v = -v_0 + 2 v$ .

Veľkosť rýchlosti loptičky po odraze, vzhľadom na okolie,

$v_2 = v_0 + 2 v$ , pre dané hodnoty  $v_2 = 34 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

Pre  $\Delta v_2$  máme  $\Delta v_2 = v_2 - v_0 = -2v_0 + 2 v = 2 (v - v_0)$ ;  $|\Delta v_2| = 2 (v + v_0)$ ,

pre dané hodnoty  $|\Delta v_2| = 48 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . (2 body)

- f) Futbal, tenis, stolný tenis, baseball. (1 bod)

## 2. *Odporová rezačka polystyrénu*

- a) V okamihu pripojenia je drôt studený, a ak predpokladáme teplotu v miestnosti  $t_0 = 20\text{ }^\circ\text{C}$ , je jeho rezistivita  $\rho_{20} = \rho_0 (1 + \alpha t_0)$ .

$$\text{Odpor drôtu } R_{20} = \rho_{20} \frac{l}{S} = \rho_{20} \frac{4l}{\pi d^2}.$$

Pozn.: Koeficient dĺžkovej teplotnej rozťažnosti je o dva rády menší, preto vplyv teplotnej zmeny rozmerov drôtu netreba uvažovať.

Výkon zdroja po pripojení

$$P_0 = \frac{U^2}{R_{20}}.$$

Pre maximálny výkon  $P_m$  dostaneme maximálny priemer drôtu

$$d = \sqrt{\rho_0 \frac{4L}{\pi} \frac{P_m}{U^2} (1 + \alpha t_0)}, \text{ pre dané hodnoty } d \approx 0,38 \text{ mm.} \quad 3 \text{ body}$$

- b) Ak má drôt teplotu topenia  $t_t$  polystyrénu, je jeho odpor

$$R_p = \rho_0 \frac{4L}{\pi d^2} (1 + \alpha t_t).$$

Prúd prechádzajúci drôtom a výkon zdroja sú

$$I = \frac{U}{R_p} = \frac{\pi d^2 U}{4L \rho_0 (1 + \alpha t_t)}, \quad P = U I = \frac{\pi d^2 U^2}{4L \rho_0 (1 + \alpha t_t)},$$

pre dané hodnoty  $I \approx 3,24 \text{ A}$ ,  $P \approx 26 \text{ W}$ . 3 body

- c) Pri rýchlosti  $v_m$  sa za čas  $\tau$  zohreje a roztopí polystyrén s objemom  $V = d L v_m \tau$ . Pritom prijme teplo  $Q = \rho_m V [c (t_t - t_0) + l]$ . Z drôtu sa uvoľňuje teplo  $Q = P \tau$  (teplota drôtu zostáva konštantná a tak celé teplo pohltí polystyrén).

$$v_m = \frac{P}{\rho_m d L [c (t_t - t_0) + l]}, \text{ pre dané hodnoty } v_m \approx 3,14 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Pri rýchlosti  $v_m$  sa bude polystyrén topiť a drôt bude prenikať objemom bloku. Ak je rýchlosť  $v < v_m$ , zníži sa odvod tepla z drôtu, tým sa zvýši jeho teplota a polystyrén sa bude páliť (dochádza k rozkladu látky za vzniku škodlivých plynov). 2 body

- d) Rezanie drážky s hĺbkou  $\Delta h$  trvá čas  $\Delta t = \Delta h / v_m$ . Za tento čas odovzdal drôt polystyrénu teplo

$$Q = P \Delta t, \text{ pre dané hodnoty } Q \approx 621 \text{ J.} \quad 2 \text{ body}$$

### 3. Paradox pri voľnom páde

- a) Rameno zariadenia koná otáčavý pohyb okolo osi O. Môžeme predpokladať, že bod ramena, ktorý je vo vzdialenosti  $d$  od osi otáčania, získa zvislú zložku postupného zrýchlenia rovnú alebo väčšiu ako  $g$ . V tom okamihu sa teliesko oddelí od otáčajúceho sa ramena, padá voľným pádom pomalšie, ako je pád ramena. (1 bod)

Podmienky, pri ktorých môže nastať tento prípad vyplývajú z pohybovej rovnice otáčavého pohybu ramena

$$I \varepsilon = m g \frac{l}{2} \cos \alpha, \quad (2 \text{ body})$$

kde  $\varepsilon$  je uhlové zrýchlenie ramena.

Po dosadení za  $I$  máme pre uhlové zrýchlenie ramena

$$\varepsilon = \frac{3g}{2l} \cos \alpha. \quad (1 \text{ bod})$$

Zvislá zložka  $a$  postupného zrýchlenia bodu ramena vo vzdialenosti  $d$  od jeho osi

$$a = \varepsilon d \cos \alpha = \frac{3gd}{2l} \cos^2 \alpha. \quad (2 \text{ body})$$

Pre výpočet  $d_0$  vychádzame z podmienky

$$g = \frac{3gd_0}{2l} \cos^2 \alpha,$$

z toho  $d_0 = 2l / (3 \cos^2 \alpha)$ . (1)

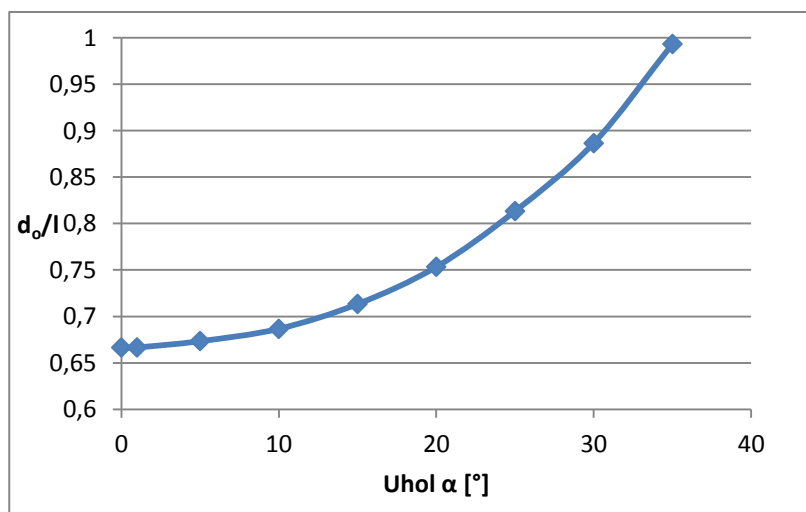
Pre prípad  $d_0 = l$  máme  $\alpha_{01} \approx 35,26^\circ$ . (1 bod)

- b) Funkciu  $d_0 / l = f(\alpha)$  určíme z výrazu (1)

$$d_0 / l = 2 / (3 \cos^2 \alpha). \quad (2 \text{ body})$$

- c) Graf funkcie možno zostrojiť napr. v editore Excel (obr.).

Z grafu približne platí  $\alpha_{02} \approx 20^\circ$ . (1 bod)



#### 4. Elektrický obvod

a) Obvod obsahuje 6 vetiev, jednotlivé prúdy sú označené  $I_1$  až  $I_6$ . 1 bod

b) V danom prípade platí  $R_4 = 2 R_1$  a  $R_5 = 2 R_2$ , z čoho vyplýva, že obidve vetvy 1–4 a 2–5 delia napätie  $U_{AB}$  v rovnakom pomere a teda medzi uzlami E a D je nulové napätie. Rezistor  $R_3$  potom môžeme odpojiť bez ovplyvnenia obvodu a odpor  $R_{AC}$  je pre túto podmienku

$$R_{AC} = \frac{(R_1 + R_4)(R_2 + R_5)}{R_1 + R_4 + R_2 + R_5} + R_6 = 6,0 \Omega. \quad 3 \text{ body}$$

c) Pre prúd vetvou s rezistorom  $R_6$  je  $I_6 = U / R_{AC}$ , pre dané hodnoty  $I_6 = 1,0 \text{ A}$  a  $I_3 = 0,0 \text{ A}$ .

Prúd  $I_6$  sa delí do jednotlivých vetiev

$$I_1 = I_4 = I_6 (R_2 + R_5) / (R_1 + R_4 + R_2 + R_5),$$

pre dané hodnoty  $I_1 = I_4 = 0,6 \text{ A}$ ,

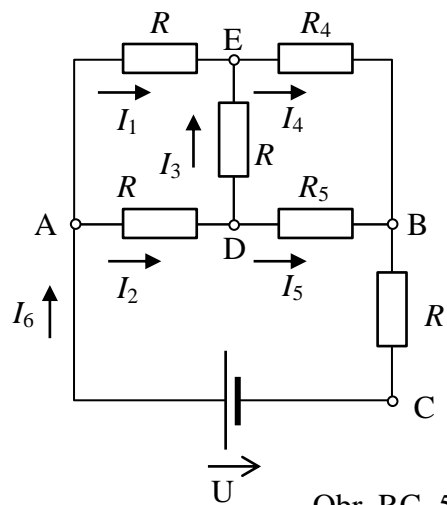
$$I_2 = I_5 = I_6 - I_1, \text{ pre dané hodnoty } I_2 = I_5 = 0,4 \text{ A}. \quad 2 \text{ body}$$

d) Napätie  $U_{AB} = U - R_6 I_6$ , pre dané hodnoty  $U_{AB} = 3,6 \text{ V}$ .

$$\text{Napätie } U_{BC} = U - U_{AB} = R_6 I_6, \text{ pre dané hodnoty } U_{BC} = 2,4 \text{ V}. \quad 2 \text{ body}$$

e) Celkový príkon siete  $P = U I_6$  alebo  $P = U^2 / R_{AB}$ .

$$\text{Pre dané hodnoty } I_6 = 6,0 \text{ W}. \quad 2 \text{ body}$$



Obr. RC-5

## 5. Termodynamika

- a) Pre adiabatickú zmenu stavu plynu platí rovnica

$$p_0 V_0^\kappa = p V^\kappa.$$

S použitím stavovej rovnice

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0}$$

dostaneme rovnicu pre dvojicu veličín  $T, V$

$$T_0 V_0^{\kappa-1} = T V^{\kappa-1}.$$

Pre daný prípad platí

$$T_1 = T_0 \left( \frac{V_0}{V_0 + \Delta V} \right)^{\kappa-1} \quad \text{a} \quad T_2 = T_0 \left( \frac{V_0}{V_0 - \Delta V} \right)^{\kappa-1}.$$

Pre dané podmienky  $\Delta V = V_0/2$  a  $\kappa = 1,4$  pre plyn dvojatómových molekúl

$$T_1 = T_0 (2/3)^{0,4} \approx 0,85 T_0 \quad \text{a} \quad T_2 = T_0 (2)^{0,4} \approx 1,32 T_0. \quad \text{2 body}$$

Pri vyrovnávaní teploty dochádza k tepelnej výmene vedením tepla piestom. Obidve časti plynu obsahujú rovnaké látkové množstvo plynu a preto majú rovnakú tepelnú kapacitu  $C_V$ . Pre zmenu vnútornej energie obidvoch častí pri vyrovnaní teplôt dostaneme  $C_V (T_2 - T_{v1}) = C_V (T_{v1} - T_1)$ .

Výsledná teplota po vyrovnaní

$$T_{v1} = \frac{1}{2}(T_2 + T_1) = \frac{1}{2} T_0 \left[ \left( \frac{V_0}{V_0 + \Delta V} \right)^{\kappa-1} + \left( \frac{V_0}{V_0 - \Delta V} \right)^{\kappa-1} \right],$$

pre dané podmienky  $T_{v1} \approx 1,08 T_0$ . 1 bod

Práca sa koná iba pri adiabatickom deji a je rovná zmene vnútornej energie

$$W_1 = C_V (T_1 - T_0) + C_V (T_2 - T_0) = C_V T_0 \left[ \left( \frac{V_0}{V_0 + \Delta V} \right)^{\kappa-1} + \left( \frac{V_0}{V_0 - \Delta V} \right)^{\kappa-1} - 2 \right],$$

pre dané podmienky  $W_1 \approx 0,17 C_V T_0$ . 1 bod

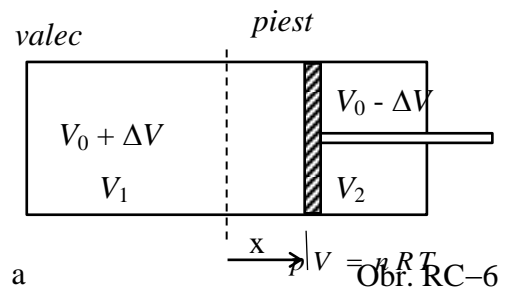
- b) Pri spätnom pohybe piestu do pôvodnej polohy a adiabetickej zmene stavu sú výsledné teploty

$$T_1^* = T_{v1} \left( \frac{V_0 + \Delta V}{V_0} \right)^{\kappa-1} \quad \text{a} \quad T_2^* = T_{v1} \left( \frac{V_0 - \Delta V}{V_0} \right)^{\kappa-1}.$$

Pre dané podmienky  $T_1^* \approx 1,5^{0,4} T_{v1} = 1,18 T_{v1} \approx 1,28 T_0$  a

$$T_2^* \approx 2^{-0,4} T_{v1} = 0,76 T_{v1} \approx 0,82 T_0.$$

Po vyrovnaní teploty bude výsledná teplota plynov, rovnako ako v predchádzajúcom odseku,



$$T_{v2} = \frac{1}{2}(T_1^* + T_2^*) = \frac{1}{2} T_{v1} \left[ \left( \frac{V_0 + \Delta V}{V_0} \right)^{\kappa-1} + \left( \frac{V_0 - \Delta V}{V_0} \right)^{\kappa-1} \right].$$

Pre dané podmienky  $T_{v2} \approx 0,97 T_{v1} \approx 1,05 T_0$ . 1 bod

Rozdiel výslednej ustálenej teploty a teploty začiatocnej

$$T_{v2} - T_0 = \frac{1}{2}(T_1^* + T_2^*) - T_0 = \frac{1}{2} T_{v1} \left[ \left( 1 + \frac{\Delta V}{V_0} \right)^{\kappa-1} + \left( 1 - \frac{\Delta V}{V_0} \right)^{\kappa-1} \right] - T_0.$$

Pre dané podmienky  $T_{v2} - T_0 \approx 0,049 T_0$ . 1 bod

Celková práca vykonaná pri spätnom pohybe piestu

$$W_2 = C_V (T_1^* - T_{v1}) + C_V (T_2^* - T_{v1}) = C_V T_{v1} \left[ \left( 1 + \frac{\Delta V}{V_0} \right)^{\kappa-1} + \left( 1 - \frac{\Delta V}{V_0} \right)^{\kappa-1} - 2 \right].$$

Pre dané podmienky  $W_2 \approx -0,066 C_V T_0$ . 1 bod

Celková práca vykonaná počas celého cyklu

$$W = W_1 + W_2 \approx 0,104 C_V T_0 > 0. \quad \text{1 bod}$$

- c) Nevratnosť celého cyklu je spojená vedením tepla medzi časťami s rôznou teplotou. Pri vyrovnávaní teploty formou tepelnej výmeny narastá entropia sústavy a tento nárast je nevratný. Inými slovami tepelný prenos ide vždy od telesa s vyššou teplotou k telesu s nižšou teplotou – tento proces nikdy neprebíha samovoľne opačným smerom. *Pozn.: Adiabatické deje počas cyklu sú procesy vratné.* 2 body

## 6. Pevnosť plášt'a lietadla

- a) Teplota vo výške  $h$  je  $t = t_0 - \frac{\Delta t}{\Delta h} h \approx -50 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Stavová rovnica pre adiabatický proces má tvar

$$pV^\kappa = p_0 V_0^\kappa \quad \text{a súčasne} \quad \frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0}.$$

Pre závislosť tlaku od teploty dostaneme

$$p = p_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = p_0 \left( 1 - \frac{1}{T_0} \frac{\Delta t}{\Delta h} h \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}.$$

Pre dané hodnoty  $p \approx 25,5 \text{ kPa}$  ( $\approx 26 \% p_0$ ).

$$\text{Hustota pri danej teplote a tlaku } \rho = \frac{p M_m}{RT}.$$

Pre dané hodnoty a tabuľkovú hodnotu  $M_m = M_m = 28,96 \times 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$  dostaneme

$$\rho \approx 0,40 \text{ kg.m}^{-3}. \quad \text{4 body}$$

- b) Pre obtekanie vzduchu okolo lietadla platí Bernoulliho rovnica. Tlak na vonkajšej strane plášt'a pohybujúceho sa lietadla  $p_v$  je dané rovnicou

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + p_v = p.$$

Rozdiel tlaku medzi vnútorným a vonkajším povrchom plášt'a

$$\Delta p = p_0 - p_v = p_0 - p + \frac{1}{2} \rho v^2.$$

Pre dané hodnoty  $\Delta p \approx 87$  kPa.

3 body

- c) Ťahová sila vyvolaná rozdielom tlakov, ktorá pôsobí v plášti v pričnom smere, pripadajúca na dĺžku  $l$  povrchovej úsečky rovnobežnej s osou valca, je

$$D l \Delta p = 2 F_l, \text{ resp. } F_l = \frac{1}{2} D l \Delta p.$$

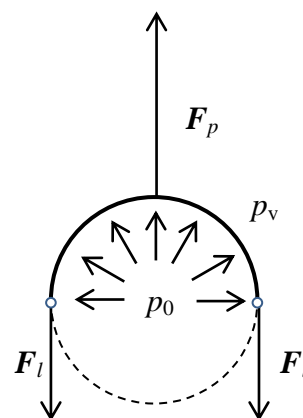
*Pozn.: Ak uvažujeme silový účinok na polvalec, je sila pevnosti plášt'a  $F_l$  na obidvoch stranách, tzn.  $2 F_l$ , v rovnováhe s tlakovou silou  $F_p = S_x \Delta p$ .*

Na jeden nit pripadá sila

$$F_l = \frac{F_l}{l} \frac{l_1}{N} = \frac{l_1}{2N} D \Delta p.$$

Pre dané hodnoty  $F_l \approx 1,74$  kN.

Strihové napätie  $\tau = \frac{4 F_l}{\pi d^2}$ . Pre dané hodnoty  $\tau \approx 88,6$  MPa  $< \tau_{\text{dov}}$ .



Obr. RC-7

Pri dlhodobej prevádzke dochádza postupne k únave materiálu a môže dôjsť k ustrihnutiu nitov a tým k odtrhnutiu plechu.

3 body

## 7. Meranie súčiniteľov statického a šmykového trenia

10 bodov

---

Fyzikálna olympiáda, 54. ročník – Úlohy školského kola kategórie C

Autori úloh: Martina Kluvancová (1.), Dušan Nemeč (2.),  
Roman Kluvanec (3. a 4.), Ivo Čáp (5 až 7)

Recenzia: Daniel Kluvanec, Ivo Čáp

Redakčná úprava: Ivo Čáp

Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2012