

**55. ročník Fyzikálnej olympiády  
v školskom roku 2013/2014**

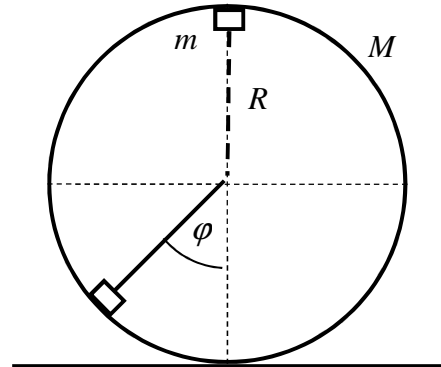
**Zadania úloh domáceho kola kategórie A**

(ďalšie informácie na <http://fo.uniza.sk> a [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk))

**1. Kyvadlo vo valci**

Valcová obruč s hmotnosťou  $M$  a polomerom  $R$  sa nachádza na vodorovnej podložke. Vo vnútri obruče sa nachádza teliesko s hmotnosťou  $m$ , ktoré je spojené s osou obruče tenkou tyčkou s veľmi malou hmotnosťou tak, že sa môže voľne pohybovať v zvislej rovine kolmej na os obruče tesne pri vnútornom povrchu obruče. Trenie medzi telieskom a obručou neuvažujte, obruč sa môže pohybovať po povrchu podložky iba valivým pohybom.

Na začiatku sa teliesko nachádza v hornej polohe v labilnej rovnovážnej polohe. Po uvoľnení sa začne pohybovať. Začiatočná rýchlosť telieska i obruče sú nulové.



Obr. A-1

- Označte  $\varphi$  uhol medzi tyčkou a zvislým smerom nadol, obr. A-1. Odvodte vzťah pre závislosť veľkosti  $u$  rýchlosti pohybu ťažiska obruče od uhla  $\varphi$ . Zostrojte graf závislosti  $u = f(\varphi)$  pre dané hodnoty veličín. Určte minimálnu veľkosť  $\omega_{\min}$  a maximálnu veľkosť  $\omega_{\max}$  uhlovej rýchlosti obruče a hodnoty uhlu  $\varphi$ , ktoré týmto polohám zodpovedajú.
- Odvodte vzťah pre závislosť veľkosti  $v$  rýchlosti telieska od uhla  $\varphi$  vzhľadom na vzťažnú sústavu spojenú s podložkou pre daný prípad a vzťah pre závislosť veľkosti  $v^*$  rýchlosti telieska od uhla  $\varphi$  za predpokladu, že je obruč upevnená o podložku a nemôže sa pohybovať. Do spoločného grafu zostrojte grafy obidvoch závislostí. Z grafov posúďte, aký vplyv má voľne pohyblivá obruč na pohyb telieska.

Úlohu riešte najprv všeobecne a potom pre hodnoty  $M = 50$  g,  $R = 10$  cm,  $m = 10$  g.

Pozn.: Moment zotrvačnosti obruče vzhľadom na jej rotačnú os  $I = MR^2$ .

**2. Termodynamický dej**

Oxid uhličitý s látkovým množstvom  $n = 1,0$  mol necháme zo začiatočného stavu A s teplotou  $t_A = 217$  °C expandovať do konečného stavu B tak, aby boli súčasne splnené nasledujúce podmienky:

- teplota plynu počas expanzie zo stavu A do stavu B v žiadnom úseku nenarastá, t.j.  $dT \leq 0$ ,
- tlak plynu klesá počas expanzie podľa lineárnej závislosti od objemu  $p = p_A + k(V - V_A)$ , pričom absolútna hodnota koeficientu  $k$  má najmenšiu možnú hodnotu,
- v žiadnom úseku expanzie zo stavu A do stavu B plyn neodovzdáva teplo do okolia,
- stav B zodpovedá maximálnej hodnote práce  $W_{AB}$  vykonanej plynom počas expanzie.

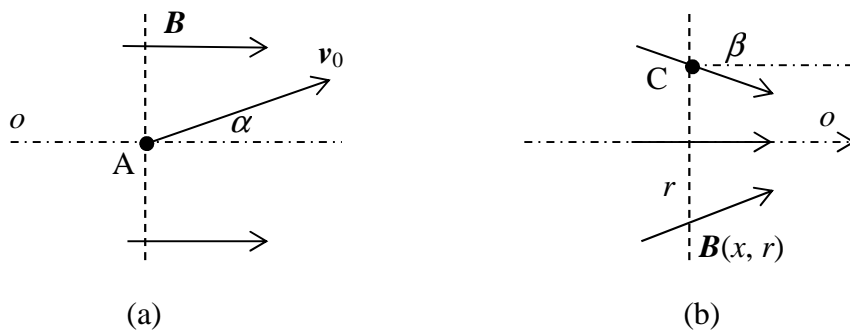
- Nakreslite  $p$ - $V$  diagram opísaného deja. Uvedte, ako sa uplatnia jednotlivé podmienky v metodike a výsledkoch výpočtov.
- Určte teplotu  $T_B$  konečného stavu.
- Určte prácu  $W_{AB}$  vykonanú plynom počas deja.

Plyn považujte v rozsahu opísaného deja za ideálny.

### 3. Magnetické zrkadlo

Vysokoteplotná plazma sa nemôže uchovávať v klasických valcových nádobách vzhľadom na erozívne pôsobenie vysokorýchlostných nabitých častíc na vnútornú stenu nádoby. Používajú sa preto tzv. „magnetické nádoby“, v ktorých magnetické pole zabraňuje priamemu kontaktu plazmy so stenou nádoby. Ich funkciu priblížime pomocou jednoduchých úloh.

- Uvažujme homogénne magnetické pole s magnetickou indukciou  $\mathbf{B}$  rovnobežné s osou kovovej nádoby. Do tohto poľa vnikajú deuteróny v mieste A na osi rýchlosťou  $v_0$ , obr. A–2 (a). Dokážte, že častice sa pohybujú po trajektórii v tvare skrutkovice. Určte polomer  $R$  skrutkovice v závislosti od uhla  $\alpha$ , ktorý zvierá rýchlosť  $\mathbf{v}$  s indukciou  $\mathbf{B}$ . Aký musí byť vnútorný polomer  $R_N$  valcovej kovovej nádoby, v ktorej sa deuteróny pohybujú, aby nedochádzalo ku kontaktu deuterónov s nádobou?
- Aby častice z nádoby neunikli, je nádoba zakončená magnetickým zrkadlom. Realizuje ho nehomogénne magnetické pole s osou symetrie zhodnou s osou nádoby. Ako jednoduchý model použijeme pole, ktoré sa na konci nádoby rovnomerne sústreďuje k osi, obr. A–2 (b). Predpokladajte, že častica sa nachádza v bode C skrutkovice (časť a) úlohy), s osou  $o$  totožnou s osou symetrie magnetického poľa a približuje sa k pravému koncu nádoby. Určte pozdĺžnu zložku sily, ktorou pôsobí magnetické pole na časticu a na základe výsledku vysvetlite, ako dochádza k zrkadlovému odrazu častice od konca nádoby. Akú výslednú rýchlosť a aký smer pohybu má častica v bode obratu svojej trajektórie? Ktoré častice z pôvodného zväzku sa od zrkadla neodrazia?



Obr. A–2

*Pozn.: Magnetické nádoby sa používajú napr. v TOKAMAKU – zariadení na realizáciu termonukleárnej syntézy. „Magnetickú nádobu“ predstavuje i nehomogénne magnetické pole Zeme – magnetické zrkadlá sa nachádzajú pri magnetických póloch, kde sa častice slnečného vetra koncentrujú, čo má za dôsledok napr. vznik polárnej žiary.*

### 4. Rádioizotopový termoelektrický generátor

Kozmické sondy letiace až k hraniciam slnečnej sústavy už nemôžu pre svoje prístroje získavať energiu pomocou fotopanelov z dôvodu nízkej intenzity slnečného žiarenia. Ako zdroj konštantného elektrického napätia s dlhou životnosťou až desiatky rokov sa používajú rádioizotopové termoelektrické generátory. Ako zdroj energie sa používa vzorka rádioaktívneho izotopu plutónia  $^{238}\text{Pu}$ . Jeho výhoda je v relatívne krátkom polčase spontánnej rádioaktívnej premeny  $T = 87,7$  roka a pomerne veľkej energii uvoľnenej pri reakcii. Navyše, vznikajúce rádioaktívne žiarenie sa ľahko tieni a prevádzka zdroja neohrozuje elektronické zariadenia sondy.

Plutónium  $^{238}\text{Pu}$  sa vyrába ožarovaním uránu  $^{238}\text{U}$  deuterónmi  $^2\text{H}$ . Pri reakcii vzniká neptúnium  $^{238}\text{Np}$  a voľné neutróny. Neptúnium sa premieňa spontánne na plutónium  $^{238}\text{Pu}$ .

a) Napíšte rovnice obidvoch premien napíšte, o akú premenu ide v druhej reakcii.

Jadro atómu plutónia  $^{238}\text{Pu}$  sa mení spontánne na jadro uránu  $^{234}\text{U}$ .

b) Spektroskopickými meraniami sa určili relatívne atómové hmotnosti reakčných zložiek  $A_r(^{238}\text{Pu}) = 238,04956$ ,  $A_r(^{234}\text{U}) = 234,04095$  a  $A_r(^4\text{He}) = 4,00260$ . Napíšte rovnicu uvedenej premeny a uveďte, o akú premenu ide. Určte energiu  $E$ , ktorá sa pri premene uvoľní vo forme kinetickej energie produktov reakcie. Energiu vyjadrite v jednotkách eV.

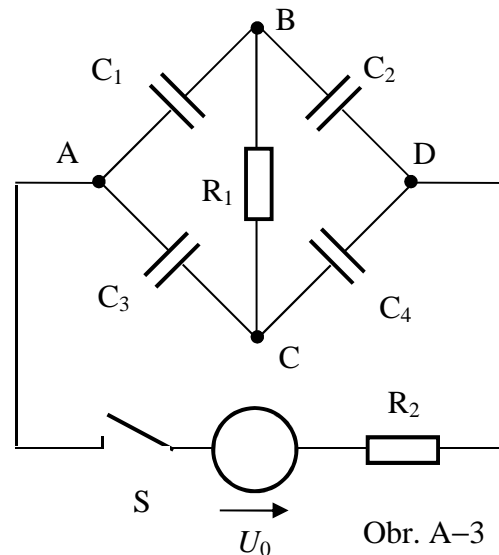
c) Určte hodnoty kinetickej energie, ktorú získajú pri premene jednotlivé produkty reakcie, a zodpovedajúce rýchlosti pohybu za predpokladu, že pôvodné jadro plutónia bolo na začiatku v pokoji.

V sonde sa použila náplň rádioaktívneho paliva pozostávajúceho z oxidu  $\text{PuO}_2$  s hmotnosťou  $m = 10,0 \text{ kg}$ . Teplo uvoľnené pri rádioaktívnej premene sa mení pomocou Peltierovho termoelektrického článku na elektrickú energiu s účinnosťou  $\eta = 5,0 \%$ .

d) Určte elektrický výkon  $P_0$ , ktorý produkuje generátor na začiatku a výkon  $P_1$ , ktorý produkuje generátor po uplynutí času  $t = 50$  rokov.

### 5. Mostík z kondenzátorov

Elektrický obvod je zostavený zo štyroch kondenzátorov s kapacitami  $C_1 = C_4 = p C_0$  a  $C_2 = C_3 = C_0/p$ , kde  $p > 1$  je reálne číslo, rezistorov s odpormi  $R_1$  a  $R_2$  a zdroja s konštantným napätím  $U_0$ , obr. A-3. Pred zapnutím spínača  $S$  sú všetky kondenzátory vybité.



a) Stručne fyzikálne opíšte dej, ktorý v obvode prebehne od okamihu zapnutia spínača  $S$  až po vytvorenie výsledného ustáleného stavu. Odhadnite rádovo čas  $\tau$  potrebný na vytvorenie výsledného ustáleného stavu. Tento odhad fyzikálne zdôvodnite.

b) Určte hodnoty napätí na jednotlivých súčiastkach obvodu v čase zapnutia spínača a v čase po ustálení výsledného stavu.

c) Určte pomer  $q = Q_1/Q_2$  náboja  $Q_1$ , ktorý prejde počas deja rezistorom  $R_1$  a náboja  $Q_2$ , ktorý prejde počas deja rezistorom  $R_2$ .

d) Určte pomer  $\eta = Q_t/W_0$  celkového tepla  $Q_t$  uvoľneného v obvode a celkovej práce  $W_0$  vykonanej zdrojom napätia počas deja.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty  $U_0 = 12 \text{ V}$ ,  $C_0 = 500 \text{ nF}$ ,  $R_1 = 20 \Omega$ ,  $R_2 = 5,0 \Omega$  a  $p = 2,0$ .

## 6. Achromát

Jedným z nedostatkov optických sústav s šošovkami je ich disperzia v optickom pásme. Index lomu skla šošovky závisí od vlnovej dĺžky a preto ohnisková vzdialenosť šošovky tiež závisí od vlnovej dĺžky.

Uvažujme spojnú šošovku z flintového skla s indexom lomu  $n_f$ , ktorý má hodnoty pre tri vlnové dĺžky uvedené v tabuľke. Šošovka má polomery krivosti povrchov  $R_{10} = R_{20} = 10$  cm, polomer obrysovej kružnice je  $R_m = 1,0$  cm. Na celú plochu šošovky dopadá rovnobežný zväzok bieleho svetla. Tienidlo je postavené za šošovkou kolmo na optickú os tak, že zväzok svetla je zaostrý do jedného bodu pre vlnovú dĺžku  $\lambda_D = 589,30$  nm (žltá farba).

- Určte ohniskové vzdialenosti šošovky pre vlnové dĺžky  $\lambda_C = 565,28$  nm (červená farba),  $\lambda_D = 589,30$  nm (žltá farba) a  $\lambda_F = 486,14$  nm (modré svetlo).
- Na celú plochu šošovky dopadá rovnobežný zväzok bieleho svetla. Tienidlo je postavené za šošovkou kolmo na optickú os tak, že zväzok svetla je zaostrý do jedného bodu pre vlnovú dĺžku  $\lambda_D$ . Aký je priemer  $d$  stopy svetla s vlnovou dĺžkou  $\lambda_C$  a s vlnovou dĺžkou  $\lambda_F$  na tienidle.

*Pozn.: Z výsledku vidno, že pri zaostrení na niektorú vlnovú dĺžku sú obrazy pre iné vlnové dĺžky neostre – vzniká chromatická (farebná) chyba.*

Na korekciu chromatickej chyby sa používanú rôzne objektívy tvorené kombináciou niekoľkých šošoviek s rôznymi indexmi lomu a rôznou disperziou. Najjednoduchší objektív, nazývaný *achromát*, zostrojili už v roku 1729. Pozostáva zo spojenej šošovky z korunového skla s indexom lomu  $n_k$ , ku ktorej prilieha rozptylná šošovka z flintového skla. Označme polomer krivosti vstupnej plochy spojky je  $R_1$ , polomer krivosti spoločnej spojke a rozptylke  $R_2$  a uvažujme výstupnú plochu rozptylky rovinnú.

- Určte polomery  $R_1$  a  $R_2$  tak, aby ohnisková dĺžka objektívu mala pre vlnové dĺžky  $\lambda_C$  a  $\lambda_F$  rovnakú hodnotu  $f = 50$  mm. Aká bude v tomto prípade ohnisková vzdialenosť pri vlnovej dĺžke  $\lambda_D$ .

sklo	index lomu pre vlnové dĺžky		
	$\lambda_C$	$\lambda_D$	$\lambda_F$
korunové	1,513	1,515	1,521
flintové	1,744	1,753	1,773

Pri riešení uvažujte tenké šošovky.

## 7. Vyžarovanie žiarovky – experimentálna úloha

*Teória:*

Vlákno žiarovky sa približne správa ako čierne teleso, intenzita vyžarovania vlákna je určená Stefanovým-Boltzmannovým zákonom

$$H_e = \frac{\Phi_e}{S} = \sigma T^4 ,$$

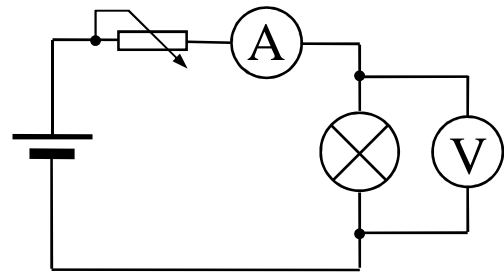
kde  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$  je Stefanova-Boltzmannova konštanta.

Žiarivý tok žiarovky  $\Phi_e$  je prakticky rovnaký ako jej elektrický príkon  $P = UI$ .

Predpokladajte, že závislosť odporu vlákna žiarovky od teploty je približne lineárna a môžete ju vyjadriť vzťahom  $R = R_1 (1 + \alpha \Delta t)$ ,

kde  $R_1$  je odpor pri vzťažnej teplote  $t_1$ ,  $\Delta t = t - t_1$  je zmena teploty a  $\alpha$  je teplotný súčiniteľ odporu. Ak zvolíme vzťažnú teplotu medzi  $15\text{ }^\circ\text{C}$  a  $25\text{ }^\circ\text{C}$ , má wolframový drôt, z ktorého je vyrobené vlákno žiarovky, teplotný súčiniteľ odporu  $\alpha = 4,4 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$ .

V úlohe použijeme malú žiarovku s menovitými hodnotami napätia a prúdu  $U_n = 24\text{ V}$ ,  $I_n = 0,1\text{ A}$ , ktorá sa bežne predáva v elektrotechnických predajniach súčiastok.



Obr. A-4

Úlohy:

- V zapojení podľa obr. A-4 odmerajte závislosť prúdu  $I$ , ktorý prechádza žiarovkou, od napätia  $U$  na svorkách žiarovky. Z výsledkov meraní určte, ako sa mení s narastajúcim napätím príkon  $P$  žiarovky a odpor  $R$  jej vlákna.
- Zostrojte graf funkcie  $R = f(U)$  závislosti odporu  $R$  žiarovky od napätia  $U$ . Z grafu stanovte odpor  $R_1$  vlákna pri nulovom napätí, pri ktorom je teplota vlákna rovnaká ako teplota okolia.
- Určte, ako sa mení teplota  $t$  vlákna žiarovky s narastajúcim napätím  $U$ . Potrebný vzťah odvodte. Za vzťažnú teplotu zvolte teplotu miestnosti.
- Overte, že pri napätí väčšom ako  $5\text{ V}$ , kedy sa takmer celá dodaná energia vyžiari, je pomer  $P / T^4$  konštantný.
- Stanovte obsah plochy povrchu dokonale čierneho telesa, ktoré by pri zistených teplotách žiarilo rovnako ako daná žiarovka.

Výsledky meraní a výpočtov zapíšte do tabuľky:

$U / \text{V}$	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	1,0	5,0	10	15	20	24
$I / \text{mA}$											
$R / \Omega$											
$P / \text{W}$											
$T / \text{K}$											
$P / T^4$											

Poznámka:

Prvá časť merania (do  $1\text{ V}$ ) slúži predovšetkým na určenie odporu žiarovky  $R_1$  pri teplote okolia; v druhej časti (od  $5\text{ V}$ ) overíte Stefanov-Boltzmannov zákon.

## 55. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie A

Autori úloh: Arpád Kecskés (1), Lubomír Mucha (2), Ivo Čáp (3 až 7)

Recenzia: Daniel Kluvanec, Lubomír Mucha

Redakcia: Ivo Čáp

Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2013