

55. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2013/2014
Zadania úloh domáceho kola kategórie B

(ďalšie informácie na <http://fo.uniza.sk> a www.olympiady.sk)

1. Hračkárske delo

Pružinové hračkárske delo vystreľuje z hlavne loptičku so začiatočnou rýchlosťou v_0 , $v_0 = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Chlapec vystreľuje loptičku na šikmú plochu s uhlom sklonu $\alpha = 30^\circ$ vzhľadom na vodorovnú rovinu. Ústie hlavne je na začiatku šikmej plochy, rovina trajektórie loptičky je kolmá na šikmú plochu. Uhol sklonu hlavne dela mení a tým mení i dolet loptičky na šikmú plochu.

- a) Nakreslite obrázok a vyznačte v ňom dané veličiny.
- b) Určte maximálnu vzdialenosť s_m miesta dopadu loptičky od ústia hlavne na šikmej ploche a uhol sklonu β_m hlavne vzhľadom na šikmú plochu, pri ktorej sa dosiahne maximálna vzdialenosť s_m .

Polomer loptičky je vzhľadom na jej trajektóriu veľmi malý, $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

2. Dýchanie

Pre všetky procesy v ľudskom organizme je dôležitý kyslík, ktorý sa do organizmu dostáva pľúcami z vdychovaného vzduchu. Zloženie čistého vzduchu je dané objemovým zastúpením jednotlivých zložiek: 78,084 % N_2 (dusík), 20,946 % O_2 (kyslík), 0,934 % Ar (argón), 0,033 % CO_2 (oxid uhličitý) a zvyšných 0,003 % pripadá na iné plyny. Pre správnu činnosť organizmu sú dôležité parciálne tlaky, najmä hlavných zložiek O_2 a N_2 vzduchu.

- a) Vo fyzike vzduch často považujeme za ideálny plyn, pričom neberieme do úvahy jeho zloženie. Určte molárnu hmotnosť M_m vzduchu s uvedeným zložením.
- b) Určte parciálne tlaky dusíka a kyslíka vo vzduchu pri teplote $t = 20^\circ\text{C}$ a atmosférickom tlaku $p_0 = 101 \text{ kPa}$.

Problém s dýchaním nastáva v extrémnych podmienkach, napr. pri výstupe na vysoké hory alebo pri potápaní do veľkých hĺbok. Bolo zistené, že kyslík sa stáva pre človeka nebezpečný (otrava) pri parciálnom tlaku $p_1 \approx 160 \text{ kPa}$. Dusík má halucinogénne účinky na človeka pri parciálnom tlaku $p_2 \approx 300 \text{ kPa}$ a pri parciálnom tlaku $p_3 \approx 400 \text{ kPa}$ vedie k strate vedomia.

Pri potápaní do väčších hĺbok dodáva dýchací prístroj dýchací plyn pod tlakom rovným tlaku okolitej vody. Predpokladajte, že dýchací prístroj obsahuje vzduch s normálnym zložením.

- c) Určte najväčšiu hĺbku h_1 , do ktorej môže potápač zostúpiť, aby u neho nenastala otrava kyslíkom.
- d) Určte maximálnu hĺbku h_2 , do ktorej môže potápač zostúpiť, aby u neho nedošlo k strate vedomia spôsobenej dusíkom.

Súčasný svetový rekord v potápaní pomocou prístroja je $h_3 = 318,25 \text{ m}$ pod voľnou hladinou vody (Juhoafričan Nuño Gomes v roku 2005). Pre túto hĺbku už nemožno použiť čistý vzduch. Použila sa zmes kyslíka, dusíka a hélia.

- e) Určte maximálne hodnoty objemového zlomku jednotlivých zložiek, aby nedošlo v rekordnej hĺbke k ohrozeniu otravou kyslíkom a stratou vedomia.

Uvažujte hustotu vody $\rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Predpokladajte, že teplota plynu sa počas potápania nemení.

Pred riešením úlohy sa oboznámte s Daltonovým zákonom parciálnych tlakov a Amagatovým zákonom parciálnych objemov.

3. Teplotná závislosť odporu ampérmetra a voltmetra

Analógový voltmeter alebo ampérmeter sú prístroje, ktoré využívajú princíp silového pôsobenia magnetického poľa na otočnú cievku umiestnenú v tomto poli.



V uvažovanom prístroji je výchylka ručičky priamo úmerná prúdu v cievke prístroja, pričom maximálna výchylka na stupnici prístroja zodpovedá prúdu $I_m = 50 \mu\text{A}$. Odpor cievky vyrobenej z medeného drôtu pri teplote $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ má hodnotu $R_{m0} = 20 \Omega$.

Vzhľadom na pomerne veľkú hodnotu koeficientu teplotnej závislosti odporu medi $\alpha_{\text{Cu}} = 3,92 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ je odpor cievky prístroja značne teplotne závislý, čo sa môže prejaviť pri presných meraniach najmä elektrického napätia.

- a) Aká je maximálna hodnota U_{m0} na stupnici prístroja, ak je prístroj použitý ako voltmeter pre meranie pri teplote $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Aká je relatívna chyba merania napätia δ_U , ak prístroj použijeme na meranie napätia pri teplote $t_n = 10 \text{ }^\circ\text{C}$.

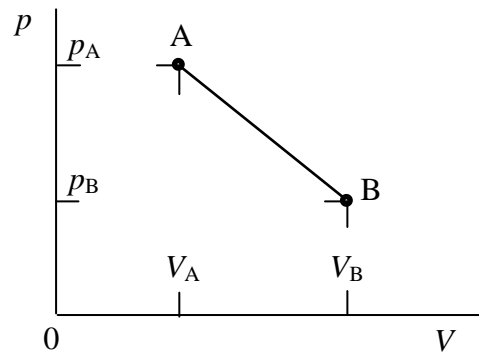
Na zmenu rozsahu prístroja sa používajú predradné rezistory zapojené s cievkou do série alebo bočníky zapojené s cievkou paralelne. Na potlačenie teplotnej závislosti sa používajú rezistory zo špeciálnych zliatin s nízkou hodnotou koeficientu teplotnej závislosti odporu α . V ďalšej časti uvažujeme rezistory z materiálu *konštantán* (zliatina Ni–Cu–Mn) s hodnotou koeficientu $\alpha_{\text{Ko}} = 5,0 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

- b) V prvom prípade chceme prístroj použiť ako ampérmeter s rozsahom $I_1 = 1,0 \text{ mA}$. Akú hodnotu odporu R_b musí mať rezistor pripojený k prístroju a akým spôsobom musí byť rezistor pripojený k cievke? Nakreslite schému pripojenia rezistora k meraciemu prístroju. Určte celkový odpor R_1 takto upraveného prístroja a hodnotu α_1 koeficientu teplotnej závislosti tohto odporu.
- c) V druhom prípade chceme prístroj použiť ako voltmeter s rozsahom $U_2 = 20 \text{ V}$. Akú hodnotu odporu R_p musí mať rezistor pripojený k cievke prístroja a akým spôsobom musí byť rezistor k cievke pripojený? Nakreslite schému pripojenia rezistora k meraciemu prístroju. Určte celkový odpor R_2 takto upraveného prístroja a hodnotu α_2 koeficientu teplotnej závislosti tohto odporu.

Pozn.: Pri úpravách možno využiť približné vzťahy $1/(1+x) \approx 1-x$ pre $x \ll 1$, $(1+kx)(1+mx) \approx 1+(k+m)x$ pre $kx \ll 1$ a $mx \ll 1$.

4. Termodynamický dej

Vo valci s piestom je uzatvorený plyn v začiatočnom stave A s teplotou $T_A = 300 \text{ K}$ a objemom $V_A = 20 \text{ dm}^3$. Posunom piesta sa zmení objem plynu z hodnoty V_A na hodnotu $V_B = 30 \text{ dm}^3$. Počítačom riadenou reguláciou vykurovania (chladenia) plynu sa zabezpečí lineárny pokles tlaku p v závislosti od objemu V plynu zo začiatočnej hodnoty p_A na konečnú hodnotu $p_B = p_A/k$, kde $k > 1$, obr. B-1. Tento dej stručne pomenujeme expanzia plynu.



Obr. B-1

- Odvoďte funkciu $T = f(V)$ závislosti termodynamickej teploty T od objemu V plynu.
- Zostrojte grafy funkcie $T = f(V)$ pre tri hodnoty faktora k : $k_1 = 1,2$; $k_2 = 1,5$ a $k_3 = 3,0$. V grafoch vyznačte charakteristické body funkcie a uveďte, o aké krivky ide.
- Pre hodnoty faktora k z časti b) určte maximálne hodnoty T_m teploty, ktoré nadobudne plyn počas expanzie v troch uvedených prípadoch, a hodnoty V_m objemu plynu, ktoré hodnotám T_m zodpovedajú. Hodnoty určené výpočtom porovnajte s hodnotami získanými z jednotlivých grafov.
- Určte interval faktora k tak, aby počas celej expanzie zo stavu A do stavu B sa teplota plynu zmenšovala. Ktorá časť grafu funkcie $T = f(V)$ takému deju zodpovedá?
- Určte interval faktora k tak, aby počas celej expanzie zo stavu A do stavu B sa teplota plynu zväčšovala. Ktorá časť grafu funkcie $T = f(V)$ takému deju zodpovedá?
- Určte hodnotu faktora k tak, aby bola teplota v stavoch A a B rovnaká. Ktorá časť grafu funkcie $T = f(V)$ takému deju zodpovedá?

Úlohu riešte všeobecne a potom pre dané hodnoty. Plyn vo valci považujte za ideálny.

5. Planéta Merkúr

Merkúr je najmenšia planéta slnečnej sústavy s priemerom $d = 4,88 \times 10^6 \text{ m}$ a najbližšia k Slnku. Jej trajektória je elipsa s pomerne veľkou excentricitou $e = 0,206$. Doba obehu planéty okolo Slnka $T = 88,0 \text{ d}$.

- Ukazuje sa, že obežná doba T planéty závisí od hmotnosti M Slnka gravitačnej konštanty G a dĺžky a hlavnej polosi jej eliptickej trajektórie. Na základe rozmerovej analýzy odvoďte vzťah pre obežnú dobu T planéty, ak predpokladáte, že vzťah predstavuje súčin bezrozmerného faktora k a mocnín uvedených veličín. Určte hodnotu faktora k .
- Určte najmenšiu r_{MP} a najväčšiu r_{MA} vzdialenosť Merkúra od Slnka. Pri riešení využite známe hodnoty doby obehu Zeme okolo Slnka $T_Z = 365,25 \text{ d}$ a veľkosť hlavnej polosi eliptickej trajektórie Zeme $a_Z = 1,49 \times 10^{11} \text{ m}$.

V roku 2011 bola na eliptickú obežnú dráhu okolo Merkúra navedená sonda Messenger. Priblížila sa na najmenšiu vzdialenosť $r_{SP} = 200$ km a vzdialila sa na najväčšiu vzdialenosť $r_{SA} = 20\,200$ km. Doba obehu sondy $T_S = 12,0$ hodín.

c) S použitím uvedených hodnôt určte priemernú hustotu ρ Merkúra.

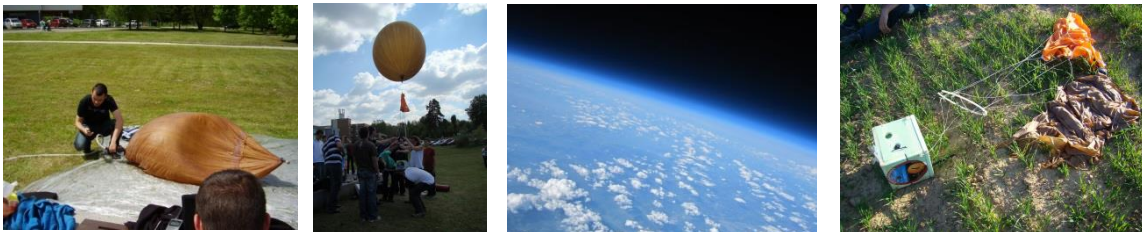
Úlohu riešte všeobecne a potom pre dané hodnoty veličín. Ďalšie potrebné konštanty vyhľadajte v tabuľkách.

Pozn.: Pri opise eliptickej trajektórie je excentricita vyjadrená vzťahom

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{r_A - r_P}{r_A + r_P}, \text{ kde } a \text{ je veľkosť hlavnej a } b \text{ vedľajšej polosi, } r_A \text{ najväčšia a } r_P \text{ najmenšia vzdialenosť bodu elipsy od jej ohniska.}$$

6. Balón Univerzum II

V máji 2011 vypustili študenti Žilinskej univerzity stratosférický balón Univerzum II, <http://ballon.uniza.sk>. Niektoré zaujímavé informácie možno nájsť na webovej stránke <http://svetelektro.com/clanky/balon-universum-2-zhodnotenie-399.html>. Balón bol vyrobený z tenkej pružnej latexovej fólie. Plne nafúknutý vodíkom pri vnútornom tlaku rovnom vonkajšiemu tlaku mal priemer $d_0 = 2,0$ m. Pri ďalšom nafukovaní je schopný zväčšiť svoj priemer až na 3,5násobok, tzn. $d_m = 7,0$ m, kedy praskne. Balón mal po celý čas stúpania tvar gule. Na balóne bola zavesená gondola s meracími prístrojmi. Celková hmotnosť prázdneho balóna s gondolou $m = 3,0$ kg, obr. B–2.



Obr. B–2 Príprava na štart, vypustenie, nad mrakmi a po návrate na zem

- Určte celkovú hmotnosť M balóna s gondolou.
- Stručne opíšte začiatočnú fázu stúpania. Určte začiatočné zrýchlenie a_0 balóna v okamihu štartu a ustálenú rýchlosť v_0 stúpania balóna po jeho vypustení. Odhadnite približnú hodnotu času τ , za ktorý balón nadobudne ustálenú rýchlosť.

Počas výstupu balóna merali prístroje v gondole rôzne veličiny a údaje odovzdávali rádiovým spojením do riadiaceho strediska. Balón vystúpil až do výšky 25,6 km nad úroveň štartu kde praskol a na zem klesol na padáku. Na obr. B–3 sú zaznamenané grafy závislostí vonkajšej teploty t a tlaku p od výšky h nad miestom štartu počas výstupu balóna.

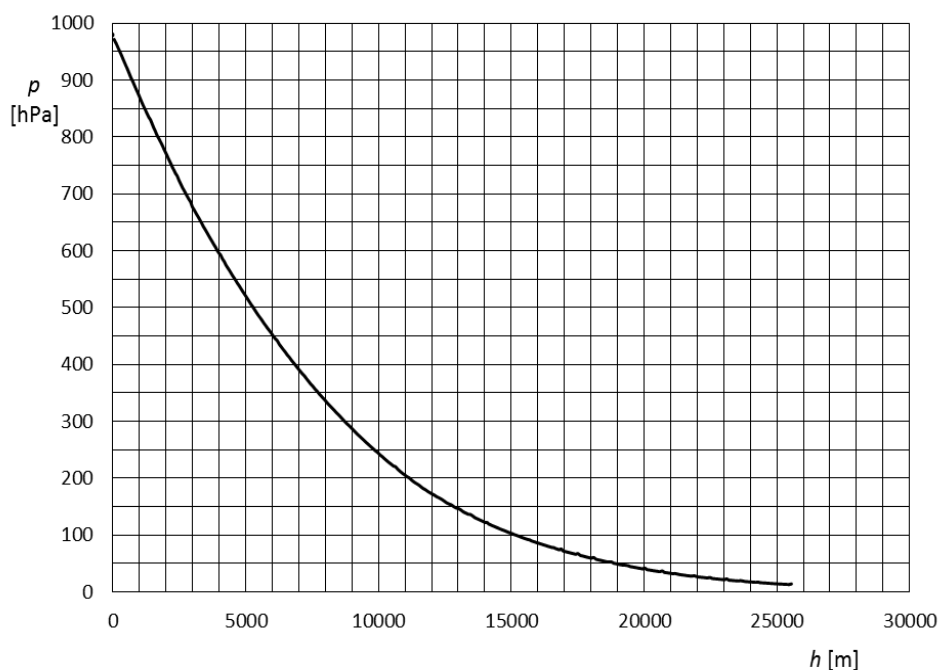
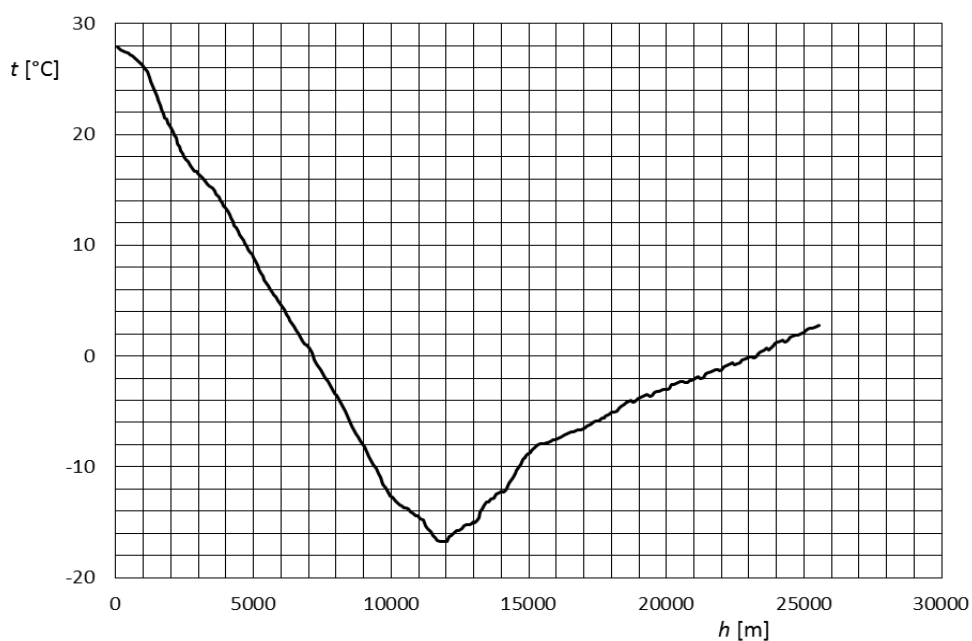
- Pri zväčšovaní rozdielu Δp vnútorného a vonkajšieho tlaku na stenu balónu sa mení priemer d balónu podľa vzťahu $\Delta p = k \ln(d/d_0)$, kde k je koeficient tuhosti fólie. S použitím uvedených grafov určte relatívny priemer d/d_0 balóna pre vhodne zvolených 10 hodnôt výšky a nakreslite graf závislosti pomeru d/d_0 od výšky h .

Pozn.: Predpokladajte, že teplota plynu vo vnútri balóna je rovná vonkajšej teplote.

- d) Pre hodnoty výšky z bodu c) určte hodnoty rýchlosti v stúpania balóna. Zostrojte graf závislosti rýchlosti v od výšky h .

Úlohu riešte všeobecne a potom pre dané hodnoty veličín. Molárna hmotnosť vzduchu $M_{vz} = 29 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$. Ďalšie potrebné koeficienty a konštanty vyhľadajte v tabuľkách.

Objem gondoly je v porovnaní s objemom balóna veľmi malý. Predpokladajte, že odpor vzduchu proti pohybu balóna je daný Newtonovým zákonom $F_o = (1/2) \rho_{vz} v^2 S_x c_x$, kde pre guľu $c_x = 0,50$. Pri riešení časti c) použite numerickú metódu riešenia príslušnej rovnice (vhodné je použitie niektorého počítačového softvéru, napr. MS Excel).



7. Meranie indukčnosti cievky – experimentálna úloha IC

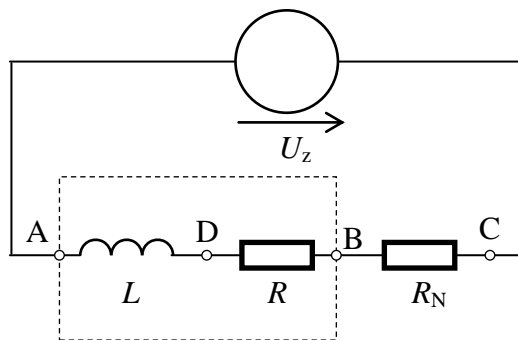
Cievka je navinutá z izolovaného drôtu s čo najväčšou konduktivitou. Hlavným elektrickým parametrom cievky je jej *indukčnosť* L . Kvalitu cievky určuje okrem indukčnosti jej vnútorný odpor, ktorý je definovaný vzťahom $R = P/I^2$, kde P je stratový výkon cievky a I efektívna hodnota prechádzajúceho striedavého prúdu. K stratovému výkonu prispievajú okrem konduktivity vinutia cievky aj straty vírivými prúdmi a hysterézne straty v jadre cievky. Zatiaľ čo straty v dôsledku konduktivity vinutia sú pri frekvenciách rádovo kHz nezávislé od frekvencie, straty v jadre závisia od frekvencie. Odpor cievky R aj indukčnosť L sú rozložené pozdĺž vinutia a nemožno ich od seba oddeliť. Pri nízkych frekvenciách opisuje správanie cievky náhradný obvod, ktorý pozostáva zo sériového spojenia ideálneho induktora s indukčnosťou L a ideálneho rezistora s odporom R (dvojpól AB na obr. B–4). Bod D v cievke reálne neexistuje, preto nemožno merať osobitne indukčnosť L (AD) a odpor R (DB).

Na meranie použijete vhodnú laboratórnu cievku s 500 až 1000 závitmi s odnímateľným jadrom.

- a) Pomocou multimetra (meranie odporu) zmerajte odpor R_0 cievky pri konštantnom prúde.

Potom cievku pripojte na zdroj striedavého napätia s výstupným napätím $U_z \leq 24$ V a nastaviteľnou frekvenciou (vhodné hodnoty $f = 50$ Hz a 1 kHz). Zapojte obvod podľa obr. B–4, pričom hodnotu R_N vyberte pre danú frekvenciu tak, aby bolo napätie U_{AB} približne rovnaké ako napätie U_{BC} .

- b) Presnú hodnotu R_N zmerajte multimetrom (meranie odporu).
- c) Multimetrom (meranie napätia) zmerajte napätia U_{AB} , U_{BC} a U_{AC} . Zostrojte trojuholník ABC s dĺžkami strán zodpovedajúcim nameraným hodnotám napätia. Zdôvodnite, prečo platí $U_{AC} < U_{AB} + U_{BC}$. V nákrese vyznačte bod D a z nákreсу určte hodnoty napätí $U_{AD} = U_R$ a $U_{DB} = U_L$. Vysvetlite dôvod požiadavky približne rovnakých hodnôt U_{AB} a U_{BC} .
- d) Pomocou získaných hodnôt U_L a U_R určte hodnoty odporu R a indukčnosti L náhradného obvodu cievky.
- e) Meranie opakujte pre niekoľko rôznych hodnôt frekvencie. Ak to cievka umožňuje, zmerajte jej parametre s jadrom a bez jadra. Výsledné hodnoty odporu a indukčnosti porovnajte a rozdiely zdôvodnite. Porovnajte získané hodnoty R a R_0 .



Cievka

Obr. B–4

55. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie B

Autori úloh:	Eubomír Konrád (1, 5), Eubomír Mucha (2, 3, 4), Ivo Čáp (6, 7)
Recenzia:	Daniel Klivanec, Ivo Čáp (1-3), Eubomír Mucha (4-7)
Redakcia:	Ivo Čáp
	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Vydal:	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2014