

55. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2013/2014
Zadania úloh domáceho kola kategórie B

(ďalšie informácie na <http://fo.uniza.sk> a www.olympiady.sk)

1. A játék ágyú

A rúgós játék ágyú labdákat lő ki egy csőből v_0 kezdő sebességgel, $v_0 = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Egy fiú labdákat lő ki vele egy ferde lapra, ahol a lap síkja $\alpha = 30^\circ$ -os szöget zár a vízszintes síkkal. A cső torkolata a ferde lap kezdetén van, a labda pályájának síkja merőleges a ferde lapra.

A cső irányát változtatva, változik a pont is, ahol a labda eléri a ferde lapot.

- a) Készítsenek rajzot, amelyen ábrázolják a megadott mennyiségeket!
- b) Határozzák meg mekkora s_m maximális távolságban érheti el a labda a ferde lapot (a távolságot a cső torkolatától mérjük), valamint a cső a ferde síkhoz viszonyított β_m dőlés-szögét, amelynél az említett s_m maximális távolságban éri a labda a ferde lapot!

A labda méretei elhanyagolhatóan kicsik a pályája méreteihez viszonyítva, a nehézségi gyorsulás $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

2. A légzés

Az emberi szervezetben zajló folyamatok nélkülözhetetlen előfeltétele az oxigén, amelyet a szervezet légzéssel vesz fel a tüdőben a levegőből. A tiszta levegő komponenseinek térfogati összetétele: 78,084 % N_2 (nitrogéngáz), 20,946 % O_2 (oxigéngáz), 0,934 % Ar (argongáz), 0,033 % CO_2 (széndioxidgáz), és a maradékot (0,003 %) a többi gáz alkotja. A szervezet egészséges működésében fontos szerepet játszik az O_2 és N_2 gázok parciális nyomása a levegőben.

- a) A fizikában gyakran tételezzük fel a levegőről, hogy ideális gáz, nem véve figyelembe az összetételét. Határozzák meg a fent megadott összetételű levegő M_m moláris tömegét!
- b) Határozzák meg a nitrogéngáz és az oxigéngáz parciális nyomását a levegőben $t = 20^\circ \text{C}$ hőmérsékleten és $p_0 = 101 \text{ kPa}$ nagyságú légnyomás esetében!

Szélsőséges esetekben, mint hegymászáskor, vagy mélymerüléskor, légzési zavarok jelentkezhetnek. Kimutatták, hogy az oxigéngáz veszélyes az emberre, ha a parciális nyomása $p_1 \approx 160 \text{ kPa}$ (oxigénmérgezés). A nitrogéngáz hallucinogén hatású az emberre $p_2 \approx 300 \text{ kPa}$ parciális nyomásnál, $p_3 \approx 400 \text{ kPa}$ parciális nyomásnál pedig eszméletvesztést okoz.

- c) Határozzák meg a maximális h_1 mélységet, amelybe a bűvár biztonságban lemerülhet az oxigénmérgezés veszélye nélkül!
- d) Határozzák meg a maximális h_2 mélységet, amelynél a nitrogéngáz még nem okozza a bűvár eszméletvesztését!

A légző készülékkel való merülés rekordja $h_3 = 318,25 \text{ m}$ a víz szabadfelszínétől számítva (a rekordot a dél-afrikai Nuno Gomez tartja 2005 óta). Ilyen mélységben már nem használható tiszta levegő. A merülésnél oxigén-, nitrogén- és héliumgáz keverékét használták.

- e) Határozzák meg térfogati arányok maximális értékét, hogy a csúcsmélységnél ne lépjen fel oxigénmérgezés és eszméletvesztés sem!

A víz sűrűsége $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Tételezzék fel, hogy a levegő hőmérséklete a merülés folyamán nem változik.

A feladat megoldása előtt ismerkedjenek meg a parciális nyomást meghatározó Dalton-törvénnyel, valamint a parciális térfogatokat meghatározó Amagat-törvénnyel.

3. Az ampermérő és voltmérő elektromos ellenállásának hőmérsékletfüggése

Az analóg voltmérő és ampermérő a mágneses tér forgatható tekercsre gyakorolt erőhatását használja fel a mérésnél.

A műszer mutatójának kitérése egyenesen arányos a tekercsben folyó áram erősségével. A mutató maximális kitérésekor (mérési határ) a tekercsben folyó áram erőssége $I_m = 50 \mu\text{A}$.

A rézvezetőből készített tekercs ellenállása $t_0 = 20^\circ\text{C}$ hőmérsékleten $R_{m0} = 20 \Omega$. Mivel a réz hőmérsékleti koefficiense igen nagy $\alpha_{\text{Cu}} = 3,92 \times 10^{-3} \text{K}^{-1}$, a műszer tekercsének ellenállása érzékelhetően függ a hőmérséklettől, és ez megnyilvánulhat precíziós méréseknél – főleg feszültség mérésekor.



a) Mekkora a műszer voltmérőként használt U_{m0} mérési határa, ha $t_0 = 20^\circ\text{C}$ hőmérséklet melletti mérésre tervezték? Mekkora a mért δU feszültség relatív pontatlansága, ha $t_n = 10^\circ\text{C}$ hőmérsékleten végezzük a mérést?

A mérőműszer mérési határát a tekercsel sorba kapcsolt előtét-ellenállással, vagy a tekercsel párhuzamosan kapcsolt sönttel tudjuk megváltoztatni. A hőmérsékletfüggés csökkentésére különleges, kis α hőmérsékleti koefficiensű ötvözetekből készült rezisztorokat használnak. A továbbiakban konstantán rézötvözetű (Ni-Ci-Mn) rezisztorok használatát fogunk feltételezni, amelyek hőmérsékleti koefficiense $\alpha_{K0} = 5,0 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$.

b) Az első esetben a műszert ampermérőként használjuk, amely mérési határa $I_1 = 1,0 \text{mA}$. Mekkora R_b ellenállású rezisztort és milyen módon kell kapcsolnunk a műszerhez? Rajzolják le a kapcsolási sémát! Határozzák meg az így módosított műszer R_1 ellenállását és az α_1 hőmérsékleti koefficiensét!

c) A második esetben a műszert $U_2 = 20 \text{V}$ mérési határú voltmérőként használjuk. Mekkora R_p ellenállású rezisztort és milyen módon kell kapcsolnunk a műszerhez? Rajzolják le a kapcsolási sémát! Határozzák meg az így módosított műszer R_2 ellenállását és az α_2 hőmérsékleti koefficiensét!

Megjegyzés: A számításoknál felhasználható a következő közelítőleges összefüggés

$1/(1+x) \approx 1-x$, ha $|x| \ll 1$, valamint

$(1+kx)(1+mx) \approx 1+(k+m)x$, ha $|kx| \ll 1$ és $|mx| \ll 1$.

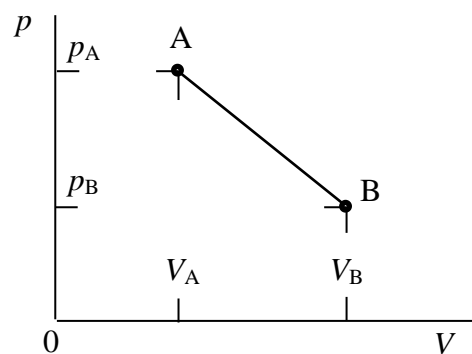
4. A termodinamikai folyamat

Egy dugattyúval lezárt hengerben gáz található. A gáz hőmérséklete az A kezdeti állapotban $T_A = 300 \text{K}$, térfogata $V_A = 20 \text{dm}^3$. A dugattyú mozgatásával a gáz hőmérséklete a V_A értékről a $V_B = 30 \text{dm}^3$ értékre változik. Számítógépes vezérlésű fűtéssel (hűtéssel) biztosítva van, hogy a gáz p nyomása a kezdeti p_A értékről lineárisan csökken a V térfogatától függően a B állapotbeli $p_B = p_A/k$ értékre, ahol $k > 1$ (lásd a B-1 ábrát). Ezt a folyamatot az egyszerűség kedvéért expanzióknak fogjuk nevezni.

a) Vezessék le a $T = f(V)$ függvényt, amely megadja a gáz T termodinamikai hőmérsékletét a V térfogata függvényében!

b) Szerkesszék meg a $T = f(V)$ függvény grafikonját a k faktor következő értékeire: $k_1 = 1,2$; $k_2 = 1,5$ és $k_3 = 3,0$! A grafikonban tüntessék fel a funkció jellegzetes pontjait, és nevezzék meg, hogy milyen görbéről van szó!

c) Határozzák meg mekkora T_m maximális hőmérsékletet ér el a gáz az expanzió folyamán a k faktor b) pontban megadott három értéke esetén, valamint mekkora lesz a gáz V_m térfogata?



B-1 ábra

gata a T_m hőmérsékleteken! A számítással kapott eredményeket hasonlítsák össze a grafikonból kapott értékekkel!

- d) Határozzák meg a k faktor azon tartományát, amelyben a gáz hőmérséklete az expanzió folyamán, az A állapottól B állapotig, végig csökken! A $T = f(V)$ függvény grafikonjának melyik része felel meg ilyen folyamatnak?
- e) Határozzák meg a k faktor azon tartományát, amelyben a gáz hőmérséklete az expanzió folyamán, az A állapottól B állapotig, végig növekszik! A $T = f(V)$ függvény grafikonjának melyik része felel meg ilyen folyamatnak?
- f) Határozzák meg a k faktor azon értékét, amelynél a gáz hőmérséklete az A és B állapotokban azonos! A $T = f(V)$ függvény grafikonjának melyik része felel meg ilyen folyamatnak?

A feladatot oldják meg általánosan, majd a megadott értékekre! A hengerben levő gázzal tételezzék fel, hogy ideális gáz!

5. A Merkúr bolygó

A Merkúr $d = 4,88 \times 10^6$ m átmérőjével a naprendszer legkisebb, és a Naphoz legközelebb levő bolygója. A pályájának aránylag nagy az $e = 0,206$ excentritása. A Nap körüli keringési ideje $T = 88,0$ d.

- a) Egy bolygó T keringési ideje függ a Nap M tömegétől, a G gravitációs állandótól és az elliptikus pálya a fél nagytengelyétől. Határozzák meg dimenzionális elemzés segítségével a bolygó T keringési idejét feltételezve, hogy a képlet egy mértékegység nélküli k tényező, valamint a fent említett mennyiségek valamilyen hatványának szorzata! Határozzák meg a k tényező értékét!
- b) Határozzák meg a Merkúr Naptól mért r_{MP} legkisebb és r_{MA} legnagyobb távolságát! A megoldásnál használják fel a tényt, hogy a Föld Nap körüli keringési ideje $T_Z = 365,25$ d, és az ellipszis pályájának fél nagytengelye $a_Z = 1,49 \times 10^{11}$ m!

2011-ben a Messenger űrszonda Merkúr körüli pályára állt. Ellipszis pályán mozogva a Merkúrtól mért legkisebb távolsága $r_{SP} = 200$ km, míg a legnagyobb távolsága $r_{SA} = 20\,200$ km. Az űrszonda keringési ideje $T_S = 12,0$ óra.

- c) Határozzák meg a Merkúr bolygó ρ sűrűségét az adott mennyiségek segítségével! A feladatot oldják meg általánosan, majd a megadott értékekre! A többi szükséges állandót keressék ki matematikai-fizikai táblázatokban!

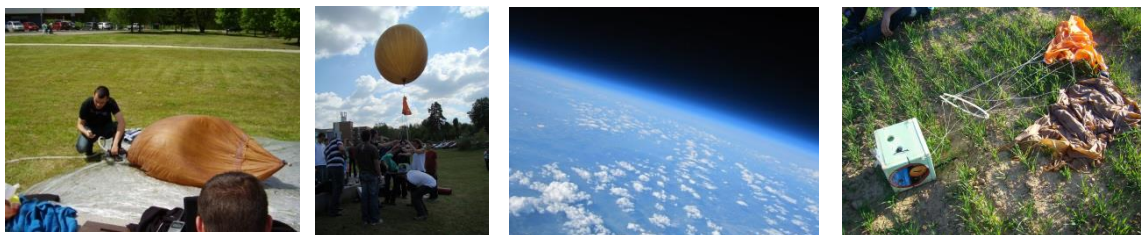
Megjegyzés: Az elliptikus pályák esetén az excentricitást a következő képlet adja meg

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{r_A - r_P}{r_A + r_P},$$

ahol a az ellipszis fél nagytengelye, b a fél kistengelye, r_A az ellipszis gyújtópontjához legközelebb, r_P pedig a legtávolabb eső pontjának távolsága a gyújtóponttól.

6. Az Univerzum II ballon

A Zsolnai egyetem hallgatói 2011 májusában bocsájtották fel az Univerzum II-re keresztelt sztratoszférikus ballont (<http://ballon.uniza.sk>). Néhány érdekes információ megtalálható a <http://svetelektro.com/clanky/balon-universum-2-zhodnotenie-399.html> honlapon. A ballon anyaga vékony rugalmas latex-ből készült. Hidrogénnel teljesen feltöltve a belső nyomás megegyezett a külső nyomással, és a ballon átmérője $d_0 = 2,0$ m volt. A további felfúvódással az átmérője az eredeti átmérő 3,5-szerese ($d_m = 7,0$ m), amikor is eldurran. A ballon az emelkedés teljes tartama alatt megtartotta gömbalakját. A ballontra egy kosár (gondola) volt felfüggesztve, amelyben a műszerek kaptak helyet. Az üres ballon és a műszerekkel teli gondola össztömege $m = 3,0$ kg volt (B-2 ábra).



B–2 ábra. Az indítás előkészületei, az indítás, a felhők fölött és a visszatérés után.

- a) Határozzák meg a feltöltött ballon és műszerekkel felszerelt gondola M össztömegét!
- b) Írják le tömören az emelkedés kezdeti fázisát! Határozzák meg a ballon a_0 gyorsulását az indítás pillanatában, valamint közvetlenül az indítás után elért állandósult v_0 sebességet! Végezzenek becslést, mekkora τ idő alatt éri el a ballon az állandósult sebességet!

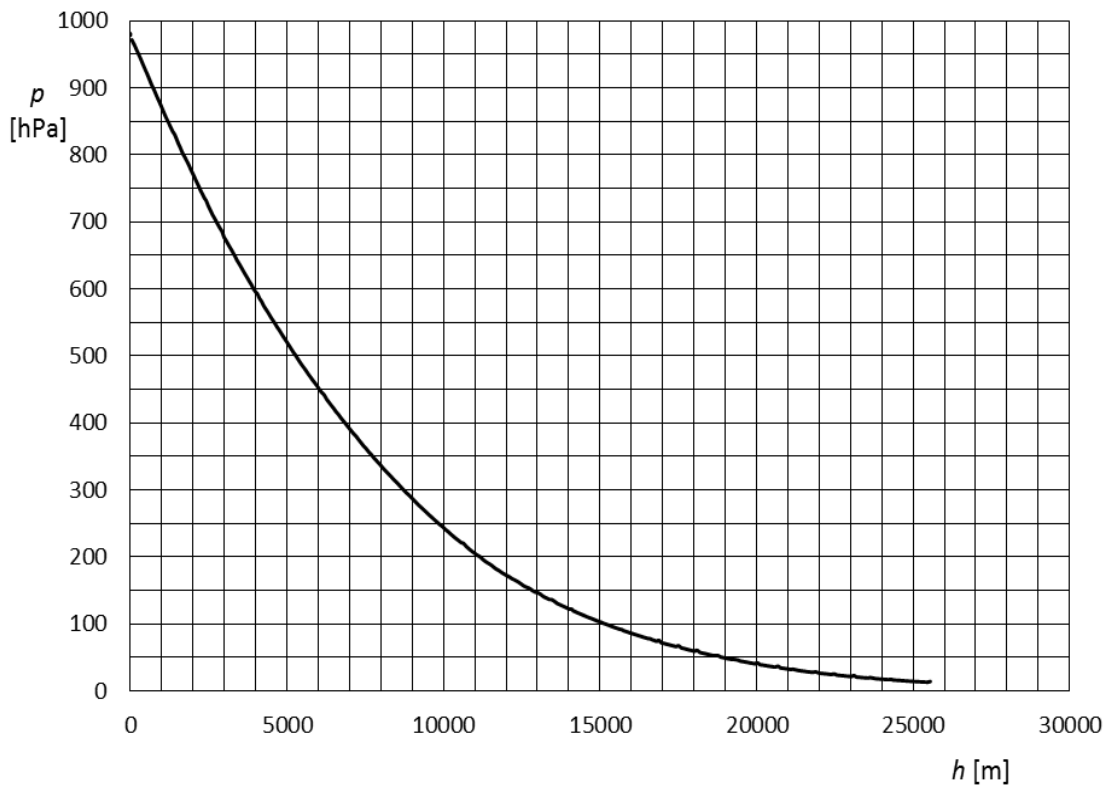
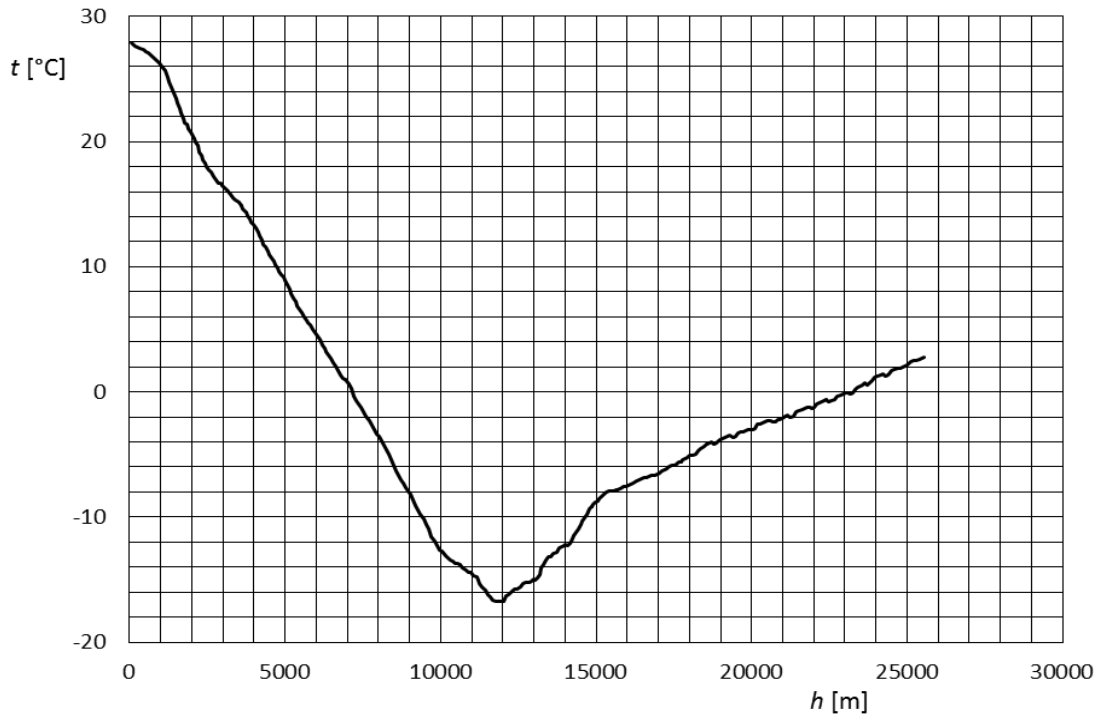
Az emelkedés alatt a mérőműszerek különböző mennyiségek mérését végezték, a mérési eredményeket rádiójelekkel közvetítették az irányító központba. A ballon 25,6 km magasba emelkedett az indítási pont magasságához viszonyítva, ekkor a ballon eldurant, és ejtőernyőn ereszkedett vissza a földre. A B-3 ábrán látható grafikonok a t környezeti hőmérsékletet, valamint a p légköri nyomást mutatják h függvényeként, ahol h az indítási ponthoz viszonyított magasság.

- c) A ballon falára ható belső és külső Δp nyomáskülönbség hatására a ballon d átmérője nőtt, és a két mennyiség közötti összefüggést a $\Delta p = k \ln(d/d_0)$ képlet adja meg, ahol k a latexfólia merevségének tényezője. Határozzák meg a B-3 ábrán feltüntetett grafikonok segítségével a ballon d/d_0 relatív átmérőjét 10 megfontoltan megválasztott magasságra, és szerkesszék meg a d/d_0 relatív átmérő grafikonját a h magasság függvényeként!

Megjegyzés: Tételezzék fel, hogy a ballonban levő gáz hőmérséklete megegyezik a környező közeg hőmérsékletével!

- d) Határozzák meg a ballon emelkedésének v sebességét a c) pontban választott magasságokban! Szerkesszék meg a v sebesség grafikonját a magasság h függvényeként!

A feladatot oldják meg általánosan, majd a megadott értékekkel! A levegő moláris tömege $M_{vz} = 29 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$. A többi szükséges állandót és koefficienszt keressék ki matematikai-fizikai táblázatokban! A gondola térfogata elhanyagolhatóan kicsi a ballon térfogatához viszonyítva! Tételezzék fel, hogy a ballon mozgását fékező közegellenállást Newton törvénye írja le, amely szerint a fékező erő nagysága $F_o = \frac{1}{2} \rho_{vz} v^2 S_x c_x$, ahol a gömb alakra $c_x = 0,50$. A c) rész megoldására az egyenlet numerikus megoldását használják (alkalmas pl. az MS Excel tábla-processzor használata).



B-3 ábra

7. A tekercs induktivitásának mérése – kísérleti feladat

A tekercs a lehető legnagyobb konduktivitású szigetelt vezető csévélésével készül. A tekercs fő elektromos jellemzője az L induktivitás. A tekercs minőségét, az induktivitásán kívül, jellemzi még a belső ellenállása, amelyet az $R = P/I^2$ képlet határoz meg, ahol P a tekercs teljesítmény vesztesége és I a tekercsben folyó effektív áramerősség. A teljesítmény veszteséghez, a vezetőképességen (konduktivitáson) kívül, hozzájárulnak a tekercs magjában keletkező örvényáramok és hiszterézis veszteségek is. Addig, amíg a tekercs meneteiben keletkező veszteségek kHz nagyságrendű frekvenciáknál állandóak, a tekercs magjában keletkező veszteségek frekvencia-függők. A tekercs meneteinek elektromos ellenállása és induktivitása is eloszlik a vezető mentén és nem lehet őket egymástól elválasztani. Alacsony frekvenciánál a tekercs tulajdonságai jól leírhatók egy L induktivitású ideális tekercs és R ellenállású rezisztor (AB pólusú - B-4 ábra) soros kapcsolásával. A valóságban a D pont a tekercsben nem létezik, ezért nem mérhetőek külön az L induktivitás (AD) és az R ellenállás (DB).

A méréshez használjanak a célnak megfelelő laboratóriumi tekercset eltávolítható maggal, amely menetszáma 500-tól 1000-ig lehet.

a) Mérjék meg multiméterrel a tekercs R_0 ellenállását egyenáram esetén!

Csatlakoztassák a tekercset váltóáramú feszültség forráshoz amely kimeneti feszültsége $U_z \leq 24 \text{ V}$ (optimális frekvenciatartomány $f = 50 \text{ Hz} - 1 \text{ kHz}$). Állítsák össze az áramkört a B-4 ábra szerint. Az R_N ellenállást úgy válasszák meg, hogy az U_{AB} feszültség közelítőleg akkora legyen, mint az U_{BC} feszültség.

b) Mérjék meg pontosan az R_N ellenállás értékét multiméterrel (ellenállásmérés)!

c) Mérjék meg multiméterrel (feszültségmérés) az U_{AB} , U_{BC} és U_{AC} feszültségeket! Szerkeszték meg az ABC háromszöget, amely oldalainak hossza egyenlő a mért feszültségekkel! Indokolják meg, miért érvényes az $U_{AC} < U_{AB} + U_{BC}$ egyenlőtlenség! A rajzon szerkeszték meg a D pontot, majd határozzák meg a rajzból az $U_{AD} = U_R$ és $U_{DB} = U_L$ feszültségeket! Magyarázzák meg miért indokolt az U_{AB} és U_{BC} feszültségek közelítőleges egyenlősége!

d) Határozzák meg a kapott U_R és U_L értékekből a B-4 ábrán szaggatott vonallal keretezett helyettesítési sémában fellépő R ellenállást és L induktivitást!

e) A mérést ismételjék több eltérő frekvenciára! Amennyiben a tekercs megengedi, mérjék meg a tekercs paramétereit maggal és mag nélkül is! A kapott ellenállást és induktivitást hasonlítsák össze, a különbségeket pedig indokolják meg! Hasonlítsák össze a kapott R és R_0 értékeket!

Megjegyzés: A leírt eljárást „három voltmérős módszernek” is nevezik.

55. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie B

Autori úloh:	Eubomír Konrád (1, 5), Eubomír Mucha (2, 3, 4), Ivo Čáp (6, 7)
Recenzia:	Daniel Kluvanec, Ivo Čáp (1-3), Eubomír Mucha (4-7)
Redakcia:	Ivo Čáp
Preklad:	Aba Teleki
	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Vydal:	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2014