55. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2013/2014
Úlohy okresného kola kategórie E – riešenie úloh

1. Cyklisti na okruhu

Riešenie:

Ak chlapci idú opačnými smermi, pre ich pohyb platí rovnica $v_1 t_1 + v_2\, t_1 = s$. 2 b

Keď sa pohybujú rovnakým smerom, platia pre ich pohyb rovnice

$$v_1\, t_2 = (n+1)s,\; v_2\, t_2 = ns,$$

kde n je počet kôl, ktoré prešiel pomalší z nich. 2 b

Prvú rovnicu upravíme na tvar

$$v_1 + v_2 = \frac{s}{t_1}.$$

Odčítaním tretej rovnice od druhej a úpravou dostaneme rovnicu

$$v_1 - v_2 = \frac{s}{t_2}.$$

Sčítaním posledných dvoch rovníc dostaneme rýchlosť prvého cyklistu

$$v_1 = \frac{s\,(t_1 + t_2)}{2\,t_1\,t_2} = 9{,}1 \text{ m/s} \approx 33 \text{ km/h}.$$ 3 b

Potom vypočítame rýchlosť druhého

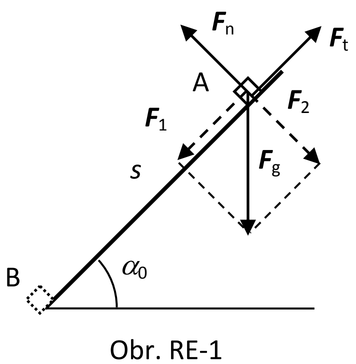
$$v_2 = \frac{s(t_2 - t_1)}{2 t_1 t_2} = 8{,}1 \text{ m/s} \approx 29 \text{ km/h}.$$ 3 b

2. Naklonená rovina

Riešenie:

a) Obrázok RE-1. 1 b

Pre uhol $\alpha = 0$ pôsobí na kocku gravitačná sila zvislo nadol a rovnako veľká sila tlaku podložky zvislo nahor. Súčet síl je nulový a kocka je v pokoji. Pri zväčšovaní uhlu α pôsobí zvislá gravitačná sila $\boldsymbol{F}_\mathrm{g}$ šikmo vzhľadom na naklonenú rovinu. Zošmyknutiu bráni trenie. Keďže je kocka v pokoji, je veľkosť zložky F_1 gravitačnej sily rovnobežnej s naklonenou rovinou rovná veľkosti F_t sily trenia. Rovnako zložka F_2 gravitačnej sily kolmá na naklonenú rovinu je v rovnováhe s tlakovou silou F_n, ktorou pôsobí na kocku podložka. Pri zväčšovaní uhlu α sa zväčšuje zložka F_1 a klesá zložka F_2. Sila trenia sa preto zväčšuje až dosiahne pre uhol α_0 svoju medznú hodnotu $F_{\mathrm{t\,max}} = f\,F_{\mathrm{n\,min}}$, pri ktorej sa kocka začne šmýkať dolu po naklonenej rovine rovnomerným pohybom, keďže i pri medznom uhle je súčet síl rovný nule. 1 b



Obr. RE-1

b) Na obrázku je vyznačené rozloženie gravitačnej sily $\boldsymbol{F}_g$ na zložky $\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_2$. Pri každom uhle $\alpha \leq 45^o$ naklonenej roviny je $F_t = F_1$. Pri uhle $\alpha_0 = 45^o$ platí pre veľkosti zložiek $F_1 = F_2$ a napr. s použitím Pythagorovej vety alebo grafickou konštrukciou určíme veľkosť sily trenia pre uhol α_0

$$F_t = F_1 = \frac{F_g}{\sqrt{2}} = \frac{m\,g}{\sqrt{2}} \approx 71 \text{ N.}$$ 2 b

c) Tlaková sila, ktorou na seba pôsobia povrchy kocky a naklonenej roviny pri uhlu $\alpha_0 = 45°$, ako vyplýva z náčrtku, je

$$F_n = F_2 = F_1 \approx 71 \text{ N.}$$ 1 b

d) Práca W, ktorú vykonala sila trenia pri premiestnení kocky

$W = F_1\, s = s\dfrac{m\,g\,s}{\sqrt{2}}$, pre dané hodnoty veličín $W \approx 57$ J. 2 b

e) Pre zmenu ΔE_p potenciálnej energie máme

$\Delta E_p = m\,g\,(h_2 - h_1)$, kde rozdiel výšok $h_2 - h_1 = \dfrac{s}{\sqrt{2}}$, a teda

$\Delta E_p = \dfrac{m\,g\,s}{\sqrt{2}}$. Pre dané hodnoty veličín $\Delta E_p \approx 57$ J. 2 b

Z výsledkov d) a e) máme $\Delta E_p = W$.

Vysvetlenie: Veľkosť práce, ktorú vykonala sila trenia, je rovná veľkosti práce gravitačnej sily a tá je rovná veľkosti zmeny polohovej energie kocky. Výsledok zodpovedá zákonu zachovania energie v sústave – pri trení vzniká teplo, pričom množstvo tepla je rovné poklesu mechanickej (polohovej) energie kocky. 1 b

3. *Meteoroid v atmosfére*

Riešenie:

a) Po vstupe do atmosféry sa pevný meteoroid najskôr zohrial na teplotu topenia a následne sa roztopil. Potom sa vzniknuté kvapalné železo zohrialo na teplotu vyparovania a následne sa vyparilo. 3 b

b) Vypočítame hodnoty tepla podľa zadania úlohy $Q_1 = m\,c_1\,(t_1 - t_0)$, $Q_1 = 122\,337\,000$ J (zohriatie železa na teplotu topenia), teplo $Q_2 = m\,l_t$, $Q_2 = 40\,500\,000$ J (roztopenie železa), $Q_3 = m\,c_2\,(t_2 - t_1)$, $Q_3 = 186\,750\,000$ J (zohriatie kvapalného železa na teplotu vyparovania), $Q_4 = m\,l_v$, $Q_4 = 8\,700\,000$ J (odparenie železa). Celkové teplo potrebné na vyparenie meteoridu $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 358\,287\,000 \text{ J} \approx 358$ MJ. 5 b

c) Použité keramické materiály majú veľkú hmotnostnú tepelnú kapacitu, vysokú teplotu topenia (tepelnú odolnosť), na ich tepelné opotrebovanie je nutné prijať veľké teplo. Štíty musia byť na raketoplánoch navrhnuté tak, aby počas letu atmosférou, postupného odparovania a tým stenčovania zostali stále funkčné. 2 b

Pozn.: Vo videozáznamoch vniknutia raketoplánu do atmosféry vidno „ohnivý obal“ raketoplánu, ktorý predstavuje látky odparené z povrchovej vrstvy štítov pri vysokej teplote.

4. *Zmena ponoru lode*

Riešenie:

a) Keďže hustota morskej vody je väčšia ako hustota sladkej vody, na plávanie lode v mori je potrebný menší ponor lode (podľa Archimedovho zákona rovnaká vztlaková sila, rovná tiaži lode, sa dosiahne menším objemom hustejšej morskej vody v porovnaní s vodou v rieke). Preto sa ponor lode po vyplávaní z rieky na more zmenší. 2 b

b) Na loď pôsobí tiažová a vztlaková sila. Tieto sily sú v rovnováhe.
Na rieke objem ponorenej časti lode je V_1, v mori V_2 . V oboch prípadoch máme

$$M = V_1 \rho_1 , \qquad (1)$$

$$M = V_2 \rho_2 . \qquad (2)$$

Ďalej približne platí

$$(V_1 - V_2) = S\, \Delta x \qquad (3)$$

Dosadením (3) do (1) máme

$$M = (V_2 + S\, \Delta \mathrm{x})\, \rho_1,$$

do tohto výrazu dosadíme za $V_2 = M / \rho_2$.
Potom už vyjadríme hľadanú veličinu

$$\Delta x = x_1 - x_2 = \frac{M}{S}\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right).$$

Pre dané hodnoty veličín $\Delta x \approx 0{,}055$ m = 5,5 cm. 4 b

c) Aby bol ponor lode rovnaký ako predtým, možno na loď doložiť náklad s hmotnosťou m.
Platí

$$M\, g + m\, g = V_1 \rho_2 g\, , \qquad (4)$$

Dosadením (4) do (1) a úpravou dostaneme:

$$M + m = \frac{M}{\rho_1} \rho_2 ,$$

z toho

$$m = M\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1\right).$$

Pre dané hodnoty $m \approx 11{,}3$ t. 4 b

55. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy okresného kola kategórie E*

Autori úloh: Ľubomír Konrád (1, 3, 4), Daniel Kluvanec (2)
Recenzia: Daniel Kluvanec, Ivo Čáp
Redakcia: Ľubomír Konrád, Ivo Čáp
Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2014