

**56. ročník Fyzikálnej olympiády**  
**v školskom roku 2014/2015**  
**Kategória A – celoštátne kolo**  
*texty úloh*

**1. Stan ako akustická šošovka**

Zvuk sa šíri v plyne rýchlosťou, ktorá závisí od tlaku  $p$  a hustoty  $\rho$  vzduchu. Meraním bolo zistené, že pri tlaku  $p = 101 \text{ kPa}$  a teplote  $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  je rýchlosť zvuku vo vzduchu  $v = 343 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

- a) Predpokladajte závislosť rýchlosti  $v$  zvuku v plyne ako funkciu  $v^\alpha = k p^\beta \rho^\gamma$ , kde  $k$  je faktor (bezrozmerný) nezávislý od tlaku  $p$  a hustoty  $\rho$  plynu. S použitím rozmerovej analýzy ukážte, že uvedený vzťah je rozmerovo možný, určte hodnoty exponentov  $\alpha$ ,  $\beta$  a  $\gamma$  a napíšte výsledný tvar funkcie. S použitím výsledkov merania rýchlosti zvuku vo vzduchu určte hodnotu faktora  $k$  pre vzduch.

Na rovinatej ploche sa nachádza stan z jemnej tenkej látky tvaru polgule s polomerom  $R$ . Vonku je teplota vzduchu  $t_1$  a v klimatizovanom vnútrajšku stanu je teplota  $t_2 < t_1$ . Zistilo sa, že ak sa na jednej strane v mieste A vo vzdialenosti  $a$  pred stanom rozprávajú dvaja ľudia, je v určitom mieste B vo vzdialenosti  $b$  za stanom celkom dobre počuť ich rozhovor.

- b) Nakreslite obrázok, v ktorom vyznačíte chod lúča z bodu A do bodu B. Predpokladajte, že výška osôb je oveľa menšia ako výška stanu – v modeli uvažujte body A a B na úrovni rovinatej plochy, v ktorej sa nachádza podstava stanu.
- c) Pre danú vzdialenosť  $a$  určte vzdialenosť  $b$  pre lúč, ktorý sa iba málo odchyľuje od akustickej osi sústavy. *Pozn.: Pre malé uhly uvažujte približné vzťahy  $\sin\alpha \approx \alpha \approx \text{tg}\alpha$ .*
- d) Určte minimálnu hodnotu  $a_m$  vzdialenosti  $a$ , pri ktorej možno uvedený jav pozorovať.

Molárna hmotnosť vzduchu  $M = 29,0 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}$ , molárna plynová konštanta  $R_m = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ ,  $t_1 = 40,0 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $t_2 = 20,0 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $R = 10 \text{ m}$ ,  $a = 267 \text{ m}$

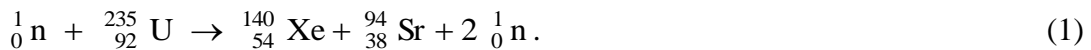
Vplyv látky stanu na šírenie zvuku neuvažujte.

## 2. Atómová elektrárň

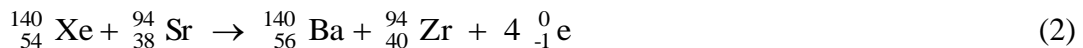
V atómovej elektrárni v Mochovciach sú v prevádzke 2 jadrové tlakovodné/ PVVR reaktory typu VVER 440/V-213 s plným tepelným výkonom  $P = 1\,471$  MW každého reaktora. Ako palivo využívajú oxid uránu  $\text{UO}_2$ , v ktorom je na rozdiel od 0,7 % obsahu  $^{235}_{92}\text{U}$  v prírodnej surovine zvýšený obsah izotopu  $^{235}_{92}\text{U}$  na  $p_1 = 4,87$  %. Zvyšok je izotop  $^{238}_{92}\text{U}$ , ktorý sa štiepenia neúčastní. Vyhorené palivové články majú obsah  $p_2 = 0,84$  %  $^{235}_{92}\text{U}$ . Atómová elektrárň je v podstate parná elektrárň, v ktorej sa energia získaná v jadrovom reaktore využíva v parogenerátore na výrobu pary poháňajúcej turbíny spojené s alternátormi na výrobu elektrickej energie.

- a) Štiepením jadra  $^{238}_{92}\text{U}$  pomalým neutrónom vznikajú rôzne fragmenty a rýchle neutróny.

Uvažujme jednu z možných premien



Fragmenty sú veľmi nestabilné a po niekoľkých  $\beta$  premenách vzniknú za niekoľko minút stabilné nuklidy podľa rovnice



Určte energiu  $E_1$ , ktorá sa uvoľní v rôznych formách pri uvedenej sérii premien.

- b) Pri  $\beta$  premenách primárnych fragmentov vznikajú elektróny s kinetickou energiou niekoľko MeV. Určte hodnotu rýchlosti, ktorou sa pohybujú uvoľnené elektróny  $\beta$ -žiarenia s kinetickou energiou  $E_2 = 4,0$  MeV a porovnajte ju s rýchlosťou šírenia svetla vo vode (*index lomu vody*  $n = 1,33$ ).

Aktívna zóna reaktora je obklopená vodou, ktorá pôsobí ako moderátor a médium pre odvod tepla z reaktora. V aktívnej oblasti reaktora sa pozoruje modro-fialová žiara. Vysvetlite pôvod tohto žiarenia a uveďte jeho pomenovanie.

- c) Primárny okruh chladenia reaktora obsahuje  $242\text{ m}^3$  vody. Určte objemový prietok vody v chladiacom okruhu pri plnom tepelnom výkone reaktora  $P$ , ak teplotný rozdiel vody vstupujúcej do reaktora a z reaktora vystupujúcej je  $\Delta\vartheta = 29$  °C.
- d) Pre plný tepelný výkon reaktora  $P$  určte počet  $N_n$  rýchlych neutrónov, ktoré sa v reaktore uvoľnia za sekundu, ak uvažujeme uvedenú jadrovú premenu. Určte hmotnosť  $m$  nového paliva  $\text{UO}_2$ , ktoré sa spotrebuje v reaktore elektrárne Mochovce za deň pri plnom tepelnom výkone  $P$  a čas  $t_v$  do vyhorenia paliva, ak hmotnosť palivových článkov v reaktore  $M = 42,0$  t.

$$m(\text{U}235) = 235,0439\text{ u}, m(\text{U}238) = 238,02891\text{ u}, m(\text{Ba}140) = 139,910605\text{ u},$$

$$m(\text{Zr}94) = 93,9063152\text{ u}, m(\text{O}16) = 15,9994\text{ u}, m_n = 1,00867\text{ u}, m_e = 9,109 \times 10^{-31}\text{ kg},$$

$$u = 1,661 \times 10^{-27}\text{ kg} \text{ (atómová hmotnostná jednotka)}, c = 3,00 \times 10^8\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}, \text{ hmotnostná tepelná kapacita vody } c_v = 4,186 \times 10^3\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}, 1\text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19}\text{ J}.$$

### 3. Vesmírna sonda

Vesmírna sonda je vybavená malým reaktorom. Reaktor guľového tvaru s polomerom  $R_1 = 50$  mm s čiernym povrchom má tepelný výkon  $P = 5,0$  W. Reaktor je obklopený tenkým kovovým krytom guľového tvaru s polomerom  $R_2 = 100$  mm s vysokou tepelnou vodivosťou. Geometrický stred krytu je v strede guľového reaktora. Povrch krytu je na vnútornej i vonkajšej strane pozlátený. Čierny povrch má reflektivitu (faktor odrazivosti)  $r_1 = 2,0$  %, zlatý povrch  $r_2 = 98$  %. Predpokladáme, že transmitancia (priama priepustnosť) krytov je nulová, tzn. časť výkonu žiarenia dopadajúceho na kryt sa odrazí a zvyšok sa v povrchovej vrstve krytu absorbuje.

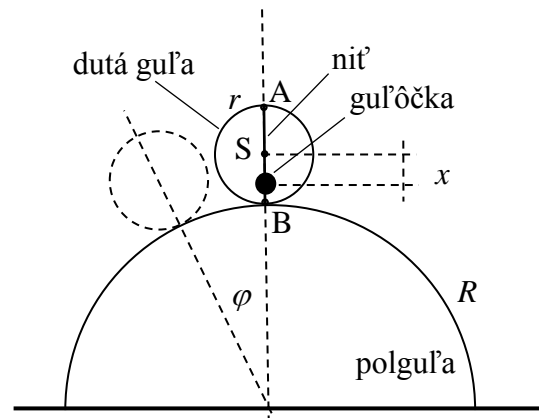
- Nakreslite náčrtok, v ktorom vyznačíte šírenie žiarenia v sústave sondy. Určte hodnoty  $T_1$  a  $T_2$ , na ktorých sa ustáli teplota povrchu reaktora a teplota krytu?
- Aké by boli ustálené hodnoty  $T_1'$  a  $T_2'$  teploty povrchu reaktora a teploty krytu, ak by bol kryt na vnútornej strane čierny a na vonkajšej pozlátený?
- Akú kombináciu úpravy povrchov krytu s uvedenými odrazovými vlastnosťami by ste navrhli, aby ustálená teplota povrchu reaktora bola čo najnižšia? Váš návrh fyzikálne zdôvodnite.

Úlohu riešte všeobecne, potom pre dané hodnoty. Stefanova–Boltzmannova konštanta  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ .

*Predpokladajte, že medzi reaktorom a krytom je vákuum, okolie vonkajšieho krytu reaktora má veľmi nízku teplotu  $T_0 \rightarrow 0$  K a sondou emitované tepelné žiarenie sa z okolia neodráža naspäť na povrch krytu sondy. Predpokladajte, že žiarenie sa v sústave šíri iba v radiálnom smere (v smere od stredu alebo v smere ku stredu sústavy)*

#### 4. Kmity gule

Polguľa s polomerom  $R$  stojí pevne na vodorovnej podložke. Na vrchole polgule je dutá tenkostenná guľa s polomerom  $r$  a hmotnosťou  $M$ . Vo vnútri gule je medzi bodmi A a B napnutá niť, na ktorej sa nachádza malá guľôčka s hmotnosťou  $m$ . Na začiatku sa nachádza guľa na vrchole polgule a niť vo vnútri gule má zvislý smer, obr. A3–1. Guľa sa môže pohybovať po povrchu polgule bez prekážavania. Guľôčka sa nachádza úseku SB nite vo vzdialenosti  $x$  od stredu S gule (rozmery guľôčky a hmotnosť nite neuvažujte).



Obr. A3–1

- Guľu vychýlime zo začiatočnej polohy valivým pohybom o uhol  $\varphi$ , v obr. A3–1 čiarkovane. Určte potenciálnu energiu  $E_p$  gule s guľôčkou ako funkciu uhla vychýlenia  $\varphi$  v tiažovom poli Zeme.
- Určte podmienku pre pomer  $p = x/r$ , pri ktorej je začiatočná rovnovážna poloha gule stabilná.
- Guľu vychýlime o veľmi malý uhol  $\varphi$  z rovnovážnej polohy. Určte periódu  $T$  kmitavého pohybu gule okolo rovnovážnej polohy.

Predpokladajte, že stred gule sa pohybuje v zvislej rovine prechádzajúcej vrcholom polgule.

Úlohu riešte všeobecne a pre hodnoty  $r = 20$  mm,  $g = 9,81$  m·s<sup>-2</sup> a tri rôzne prípady:

- $R/r = 10$ ,  $M/m = 10$ ,  $x/r = 0,50$ ,
- $R/r = 20$ ,  $M/m = 5,0$ ,  $x/r = 0,40$ ,
- $R/r = 10$ ,  $M/m = 5,0$ ,  $x/r = 0,75$ .

Pozn.: Pre malé uhly  $\varphi \ll 1$  rad platí  $\cos \varphi \approx 1 - (1/2)\varphi^2$ . Moment zotrvačnosti dutej tenkostennej gule  $I = (2/3) m r^2$ , kde  $m$  je hmotnosť gule a  $r$  jej polomer.

---

#### 56. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy celoštátneho kola kategórie A

Autori úloh: Teleki Aba (1,3), Čáp Ivo (1, 3), Kecskés Arpád (2), Konrád Lubomír (4)  
Recenzia a úprava: Klivanec Daniel, Mucha Lubomír  
Redakcia: Čáp Ivo  
Slovenská komisia fyzikálnej olympiády  
Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2015