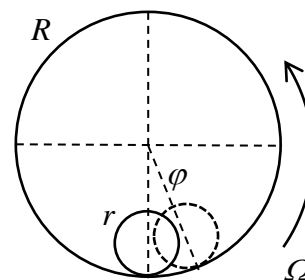


**56. ročník Fyzikálnej olympiády**  
**v školskom roku 2014/2015**  
**Kategória B – domáce kolo**

**1. Valec vo valci**

Dutý valec s vnútorným polomerom  $R = 20$  cm sa otáča okolo vodorovnej osi s konštantnou uhlovou rýchlosťou  $\Omega$ . Do najnižšej polohy vo vnútri valca je vložený homogénny valček s polomerom  $r = 15$  mm, ktorý sa na začiatku neotáča. Geometrické osi veľkého i malého valca sú navzájom rovnobežné, obr. B–1. Po krátkom prešmykovaní valček prejde do valivého pohybu a potom už sa pohybuje iba valivým pohybom.



Obr. B–1

- Opíšte pohyb valčeka po jeho vložení do vnútra valca a zdôvodnite, prečo je ustálený pohyb kmitavý.
- Určte hodnotu  $\varphi_0$  uhlu  $\varphi$  sprievodiča prechádzajúceho ťažiskom valčeka a osou valca, ktorá predstavuje rovnovážnu polohu, okolo ktorej valček kmitá.
- Určte uhlovú frekvenciu kmitov valčeka okolo rovnovážnej polohy. Predpokladajte, že odchýlka  $\Delta\varphi$  od rovnovážnej polohy je malá  $\Delta\varphi \ll 1$  rad.

**2. Chladiaci stroj**

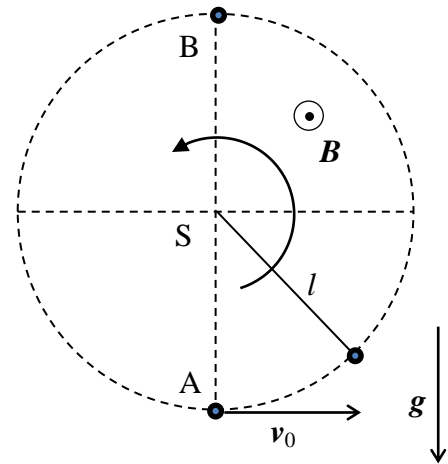
Parný generátor využíva na svoju činnosť tepelné čerpadlo. Predpokladajte, že tepelné čerpadlo pracuje podľa Carnotovho cyklu, pričom čerpadlo získava teplo z tepelného zásobníka, ktorý obsahuje vodu s teplotou  $t_1 = 0,0$  °C a teplo odovzdáva do výparníku s vodou s teplotou  $t_2 = 100$  °C.

- Vysvetlite princíp činnosti tepelného čerpadla na ideálnom modeli pracujúcom podľa Carnotovho cyklu.
- Pre tepelné čerpadlo, ktoré pracuje podľa Carnotovho cyklu medzi teplotami  $t_1$  a  $t_2$  určte pomer  $\eta$  tepla  $Q_2$  odovzdaného výparníku a tepla  $Q_1$  prijatého od tepelného zásobníka.
- Určte elektrický príkon  $P$  tepelného čerpadla, ak má stroj za hodinu vyrobiť  $m_p = 100$  kg pary s teplotou  $t_2$ .
- Určte hmotnosť  $m_L$  ľadu s teplotou  $t_1$ , ktorý vznikne za hodinu z vody s teplotou  $t_1$  v tepelnom zásobníku pri uvedenej produkcii pary.

Potrebné konštanty vyhľadajte vo fyzikálnych tabuľkách.

### 3. Nabitá guľôčka v magnetickom poli

Na tenkom elektricky nevodivom a pevnom vlákne s dĺžkou  $l$  je zavesená malá guľôčka s hmotnosťou  $m$  a nábojom  $q$ . Guľôčka sa pohybuje v homogénnom magnetickom poli s indukčnými čiarami, ktoré sú kolmé na zvislú rovinu trajektórie guľôčky, obr. B-2. Ak sa udelí guľôčke dostatočne veľká rýchlosť  $v_0$  vo vodorovnom smere, pohybuje sa po kružnicovej trajektórii a prejde najvyšším bodom B.

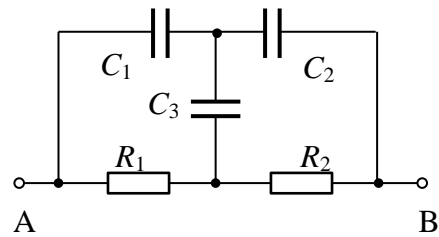


Obr. B-2

- Určte minimálnu hodnotu  $v_{0\min}$  vodorovnej rýchlosti  $v_0$ , aby sa guľôčka dostala do bodu B.
- Ako sa zmení minimálna hodnota vodorovnej rýchlosti, ak sa zmení smer vektora magnetickej indukcie na opačný?

### 4. Elektrický obvod s kondenzátormi

Na obrázku B-3 je schéma elektrického obvodu, ktorý pozostáva z troch kondenzátorov s kapacitami  $C_1 = 2C$ ,  $C_2 = C$  a  $C_3 = 3C$  a dvoch rezistorov s odpormi  $R_1 = 2R$  a  $R_2 = R$ .



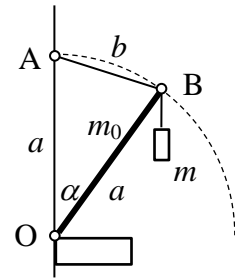
Obr. B-3

- Určte ustálené hodnoty náboja  $Q_i$  a napätia  $U_i$  na jednotlivých kondenzátoroch, ak k svorkám A a B pripojíme zdroj s konštantným napätím  $U_0$ .
- Určte zmeny  $\Delta Q_i$  ustálených hodnôt náboja a  $\Delta U_i$  napätia na jednotlivých kondenzátoroch, ak sa pri pripojenom zdroji preruší rezistor s odporom  $R_1$ .

Pozn.: Kondenzátory a rezistory považujte za ideálne súčiastky.

## 5. Statická rovnováha

K zvislej stene je pripevnená homogénna tyč s dĺžkou  $a$  a hmotnosťou  $m_0$ , ktorá sa môže voľne otáčať v zvislej rovine okolo bodu O, obrázok B–4. Druhý koniec B je spojený s bodom A gumičkou, ktorej dĺžka je označená  $b$ , a ktorá má koeficient tuhosti  $k$  nezávislý od predĺženia gumičky. Trojuholník OAB je rovnoramenný. V bode B tyče je zavesená malá nádobka, ktorej hmotnosť  $m$  možno spojito zväčšovať alebo znižovať. Tyč zvierá so zvislým smerom uhol  $\alpha$ , ktorý sa môže meniť v rozsahu  $0^\circ$  až  $90^\circ$ . Bez nádobky ( $m = 0$ ) má uhol  $\alpha$  hodnotu  $\alpha_0$ .



Obr. B–4

- Pre dané hodnoty veličín  $k$ ,  $a$ ,  $m_0$  a  $\alpha_0$  určte začiatkové predĺženie pružiny  $b_0 - l_0$ , kde  $l_0$  je dĺžka nezaťaženej gumičky a  $b_0$  je dĺžka pri  $m = 0$ .
- Odvodte závislosť veľkosti  $M$  momentu sily  $\mathbf{M}$ , ktorý pôsobí na tyč pri zavesenej nádobke s hmotnosťou  $m$ , od uhla  $\alpha$ .
- Zostrojte graf závislosti veľkosti  $M$  momentu sily od uhla  $\alpha$  pre tri hodnoty pomeru  $p = m/m_0$ :  $p_1 = 0,5$ ,  $p_2 = 0,8$ ,  $p_3 = 1,1$ .
- So zavesenou nádobkou s hmotnosťou  $m$  zaujme tyč stabilnú rovnovážnu polohu s uhlom  $\alpha_m$ . Odvodte vzťah závislosti  $\alpha_m$  od hmotnosti  $m$ .
- Nakreslite graf závislosti  $\alpha_m$  od  $p$  pre  $m/m_0 \in (0, 1)$ .

Vo výpočtoch použite hodnoty:  $\alpha_0 = 30^\circ$ ,  $(k a)/(m_0 g) = 2,0$  a  $(m_0 g a) = 1,0$  J.

## 6. Podchladená voda

Za určitých okolností možno pri normálnom tlaku ochladiť vodu na teplotu nižšiu ako teplota tuhnutia bez toho, aby voda zamrzla. Ide o tzv. podchladenú vodu. Vodu takto možno podchladit' až na približne  $-20^\circ\text{C}$ . Tento jav sa vysvetľuje tak, že v dokonale čistej vode premena skupenstva z kvapalného na pevné nastáva tak, že v kvapaline sa objavujú mikroskopické kryštáliky ako zárodky, okolo ktorých rastie doména pevnej fázy. Mikrokryštálik je obklopený vodou, ktorá naň pôsobí v dôsledku povrchového napätia určitým tlakom. Tento jav môže viesť k roztopeniu (zániku) mikrokraštálu. Tak vzniká nestabilný stav „podchladenej vody“. Ak sa v takomto stave vhodí do vody zrníčko alebo väčší kryštálik ľadu, začne voda rýchlo kondenzovať až kým sa nedostane do stabilného rovnovážneho stavu.

- Predpokladajme, že mikrokryštálik má tvar gule s polomerom  $r$ . Určte kapilárny tlak  $p_k$ , ktorý sa v ňom vytvorí v dôsledku povrchového napätia vody. Určte hodnotu kapilárneho tlaku v kryštáliku s polomerom  $r = 10$  nm.
- Určte tlak  $p_1$ , pri ktorom kondenzuje voda s teplotou  $t_1 = -10^\circ\text{C}$  na vodu. Pri riešení využite Clausius–Clapeyronovu rovnicu (napr. 49. roč. FO domáce kolo A).
- Aký je podľa uvedenej predstavy maximálny polomer mikrokryštáliku, ak možno vodu podchladit' na teplotu  $t_2 = -20^\circ\text{C}$ ? Odhadnite počet  $N$  molekúl  $\text{H}_2\text{O}$  obsiahnutých v tomto mikrokryštáliku.

Povrchové napätie vody  $\sigma = 70 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ , hustota vody  $\rho_v = 1,00 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , hustota ľadu  $\rho_L = 0,917 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , hmotnostné skupenské teplo tuhnutia vody  $l_t = 334 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

### 7. *Elektrická vodivosť vody* - experimentálna úloha

Bežná voda obsahuje ióny rozpustených solí, ktoré sú príčinou jej elektrickej vodivosti. Konduktometria je analytická metóda, ktorá umožňuje hodnotenie kvality vody na základe merania jej konduktivity. Konduktivita destilovanej vody  $\gamma = (50 \div 300) \mu\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$ , konduktivita dojčenskej vody  $\gamma < 50 \text{ mS} \cdot \text{m}^{-1}$ , pitnej vody  $\gamma < 125 \text{ mS} \cdot \text{m}^{-1}$ . Konduktivita minerálok  $\gamma > 125 \text{ mS} \cdot \text{m}^{-1}$ , čo zodpovedá obsahu rozpustených minerálnych látok väčšiemu ako 1000 mg na liter. Optimálna pitná voda má konduktivitu  $\gamma = (25 \div 50) \text{ mS} \cdot \text{m}^{-1}$ , čo zodpovedá obsahu minerálnych látok (200  $\div$  400) mg na liter (kvalita vody sa však posudzuje okrem fyzikálnych vlastností aj podľa chemického zloženia, najmä obsahu iónov  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$ ,  $\text{Ca}^{++}$ ,  $\text{Mg}^{++}$  a pod.).

#### *Úlohy*

- Určte závislosť konduktivity  $\gamma$  roztoku NaCl vo vode od jeho koncentrácie  $n$ .
- Určte závislosť konduktivity  $\gamma$  roztoku cukru vo vode od jeho koncentrácie  $n$ .
- Určte závislosť konduktivity  $\gamma$  roztoku NaCl vo vode od jeho teploty  $t$ .
- Merajte konduktivitu najmenej 5 rôznych vzoriek vody.

#### *Konduktometer*

Základom komerčného konduktometra je dvojica rovnobežných kovových elektród spojených so zdrojom striedavého prúdu. Pri ponorení elektród do roztoku dochádza k pohybu iónov, čo má za následok polarizáciu elektród a vznik elektródového napätia. Aby sa vplyv elektródového napätia potlačil, používajú sa platinové elektródy a striedavé napätie s frekvenciou okolo 100 Hz.

Pre orientačné meranie možno použiť menej náročný prístroj. Ako elektródy možno použiť dve platničky z nerezovej ocele s rozmermi približne  $5 \times 3 \text{ cm}^2$ . Elektródy umiestnite do vzájomnej vzdialenosti približne 1 cm. Elektródy ponorte plochou  $3 \times 3 \text{ cm}^2$  do kvapaliny a cez rezistor s odporom  $R$  pripojte k zdroju striedavého napätia s frekvenciou 100 Hz (možno použiť i 50 Hz) a amplitúdou do 5 V. Odpor  $R$  rezistora voľte tak, aby bolo napätie medzi elektródami a na rezistore približne rovnaké. Hodnotu odporu  $R$  zmerajte pomocou multimetra. Po zapojení obvodu zmerajte napätie  $U_R$  na rezistore a  $U_K$  medzi elektródami. Z nameraných hodnôt určte odpor roztoku a vypočítajte konduktivitu.

*Pozn. 1: Namiesto nerezových elektród možno použiť pásiky alobalu pripevnené k pevnej plastovej podložke.*

*Pozn. 2: Napätie nastavte dostatočne malé, aby na elektródach nedochádzalo k elektrolyze (tvorbe bubliniek).*

*Pozn. 3: Prvé meranie urobte s destilovanou vodou a potom c prvej úlohe pridávaním NaCl a v druhej úlohe cukru vytvorte roztoky s 10 hodnotami koncentrácie až do hodnoty 10 g na liter.*

Namerané hodnoty zapíšte do prehľadných tabuliek a v úlohách a) až c) zostrojte príslušné grafy. V závere zdôvodnite fyzikálnu podstatu získaných závislostí.

V úlohe c) zmerajte konduktivitu rôznych vzoriek vody (z vodovodu, vody z potoka, dažďovej vody, vody z roztopeného ľadu alebo snehu, bežnej balenej neperlivej a perlivej vody, dojčenskej vody, minerálky a pod.).

Vysvetlite, prečo nemožno merať odpor vody priamo multimetrom, rovnako ako pri meraní odporu  $R$  sériovo zapojeného rezistora.

(ďalšie informácie na <http://fo.uniza.sk> a [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk))

---

### **56. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie B**

Autori úloh: Kamil Bystrický (2), Ivo Čáp (1, 3až 7)  
Recenzia a úprava: Daniel Klivanec, Lubomír Mucha  
Redakcia: Ivo Čáp  
Slovenská komisia fyzikálnej olympiády  
Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2014