

**56. ročník Fyzikálnej olympiády**  
**v školskom roku 2014/2015**  
**Katégória C – domáce kolo**

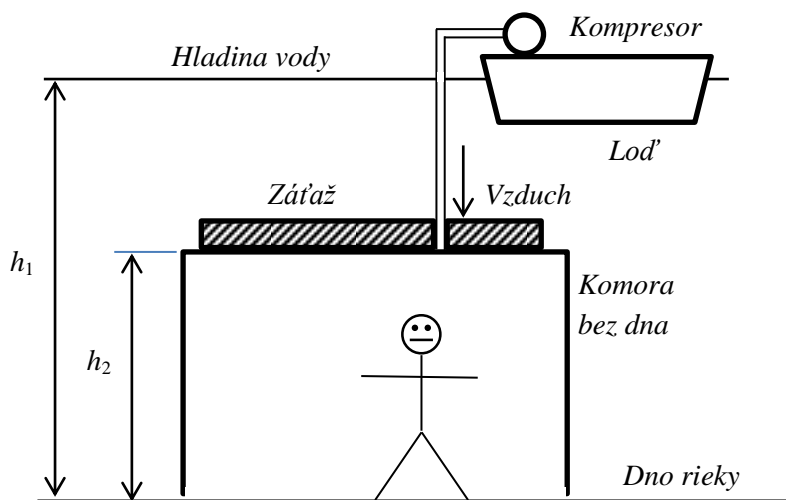
**1. Zrážka**

Z okraja misky v tvare polgule s polomerom  $R$  voľne spustíme prvé teliesko s hmotnosťou  $m_1$ , ktoré sa bude pohybovať smerom nadol klzavým pohybom. Na dne misky sa nachádza druhé teliesko s hmotnosťou  $m_2$ . Prvé teliesko po dosiahnutí najnižšieho bodu narazí do druhého telieska. Trenie medzi telieskami a guľovou plochou považujte za zanedbateľné. Rozmery teliesok sú veľmi malé.

- a) Do akej výšky  $h$  nad dnom misky vystúpia telieska po nepružnej zrážke, v dôsledku ktorej sa ďalej pohybujú spolu ako jedno teleso?
- b) Do akých výšok  $h_1$  a  $h_2$  nad dnom misky vystúpia telieska, ak bude ich zrážka dokonale pružná? Úlohu riešte všeobecne.
- c) Analyzujte pohyb teliesok po dokonale pružnej zrážke v prípadoch
  - I.  $m_1 = m_2$ ,
  - II.  $m_1 < m_2$ , napr.  $m_1 = m_2/2$ ,
  - III.  $m_1 > m_2$ , napr.  $m_1 = 2m_2$ .

**2. Kesón**

Kesón (z francúzskeho *caisson* – komora) je špeciálny typ potápačského zvonu, ktorý umožňuje vykonávať práce pod vodou bez skafandrov alebo dýchacích prístrojov. Ide o vodotesnú kabínu bez dna, ktorá sa z člna spustí na dno rieky. Prístup do kesónu je cez zvislú šachtu s prechodovou komorou, ktorá bráni poklesu tlaku v kesóne, obr. C–1. Pomocou kompresora sa v komore udržiava potrebný tlak vzduchu a dochádza k výmene vydýchaného vzduchu. Kesón sa udržiava pod vodou pomocou závažia.



Obr. C–1

Kesón v našej úlohe modelovo použijeme na vykonanie prác na dne rieky. Dno rieky je v hĺbke  $h_1 = 15,0$  m pod hladinou, výška kesónu  $h_2 = 3,0$  m, obsah vodorovného prierezu komory  $S = 2,5 \times 2,5$  m<sup>2</sup> a hmotnosť kesónu  $m = 2,8$  tony. Hrúbka steny je veľmi malá. Voda v rieke a vzduch vo vnútri kesónu majú teplotu  $t_0 = 17$  °C, atmosférický tlak na hladine  $p_0 = 101$  kPa.

- a) Zaťažený kesón začali pomocou žeriavu spúšťať do vody v rieke. Do akej výšky  $h_3$  od dna rieky dosahuje voda v kesóne po dosadnutí na dno rieky? Aký bude v tomto prípade tlak  $p_1$  vzduchu v kesóne?
- b) Určte hmotnosť  $m_{v1}$  vzduchu v komore po dosadnutí kesónu na dno a hmotnosť  $m_{z1}$  prídavného oceľového závažia, ktorým treba kesón zaťažiť, aby pri spúšťaní do rieky dosadol až na jej dno.

Po dosadnutí na dno sa začne do komory vháňať kompresorom vzduch až kým sa všetka voda z komory nevytlačí.

- c) Určte tlak  $p_2$  a hmotnosť  $m_{v2}$  vzduchu v komore.
- d) Určte hmotnosť  $m_{z2}$  záťaže kesónu, aby sa udržal na dne rieky po vytlačení vody z komory.

Robotníci pracovali na dne rieky v kesóne vo vzduchu s tlakom  $p_2$ . Pri rýchlom výstupe na hladinu dostávali robotníci *kesónovú chorobu*, ktorá mohla viesť až k smrti. Aká je príčina tejto choroby a ako sa jej dá predchádzať?

Potrebné konštanty vyhľadajte vo fyzikálnych tabuľkách. Stláčanie vzduchu považujte za izotermické.

*Pozn.: Technológia kesónu bola použitá napr. pri stavbe známeho Brooklynského mostu cez East River v New Yorku koncom 19. storočia.*

### 3. Delostrelci

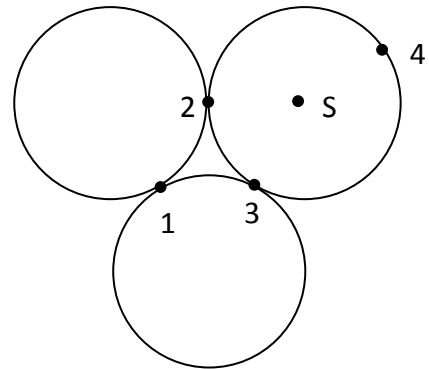
V bezpečnej zóne mora delostrelci cvičili strelbu. Z paluby lode mali zasiahnuť drevenú maketu vo vzdialenosti  $d = 10\,500$  m. Rýchlosť projektilu dela v ústí hlavne bola  $v_0 = 800$  m·s<sup>-1</sup>.

- a) Určte maximálnu vodorovnú vzdialenosť  $d_m$ , do ktorej dokáže delo dostreliť a určte dobu  $t_m$  letu projektilu v tomto prípade.
- b) Pod akým uhlom  $\alpha$  vzhľadom na vodorovnú rovinu musí delo vystreliť projektil, aby zasiahol v najkratšom možnom čase maketu.

Paluba lode a maketa počas strelby sa nachádzali v pokoji v tej istej horizontálnej rovine. Odpor vzduchu neuvažujte.

#### 4. Odpor sústavy vodičov

Z toho istého odporového drôtu sú vytvorené tri rovnaké slučky v tvare kružnice s priemerom  $d = 30$  cm. Tieto slučky boli vodivo spojené v bodoch 1, 2 a 3 ich vzájomného dotyku, obr. C-2.



Obr. C-2

- Ohmmetrom pripojeným k uzlom 1 a 3 sme namerali odpor  $R_{13} = 20 \Omega$ . Určte dĺžkový odpor  $r$  drôtu (odpor drôtu na jednotku jeho dĺžky)
- Na obvode jednej slučky je bod 4, ktorý sa nachádza na priamke prechádzajúcej cez uzlom 1 a stredom S tejto slučky. K bodom 1 a 4 pripojíme zdroj konštantného napätia  $U = 12$  V. Určte prúd  $I_{14}$  prechádzajúci zdrojom napätia.
- Určte prúd  $I_{24}$  prechádzajúci uvedeným zdrojom ( $U = 12$  V), ktorý pripojíme k uzlom 2 a 4.

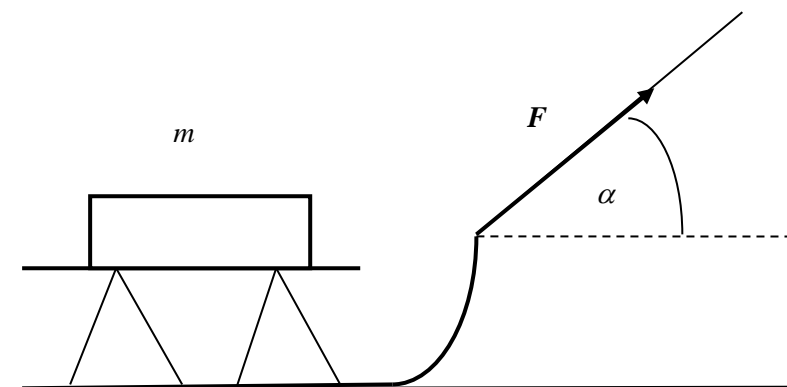
Vo všetkých častiach úlohy nakreslite náhradné schémy obvodu, v ktorých odpory medzi jednotlivými uzlami nahradíte značkami rezistorov.

Pozn.: Vnútorň odpor zdroja neuvažujte.

#### 5. Ťahanie sánok

Prenášať ťažké bremená v rukách nie je jednoduché. Na ich prenášanie sa používajú rôzne ťažné zariadenia. V zime nám v tom pomáhajú aj sánky.

Po vodorovnom zasneženom povrchu prepravujeme na sánkach náklad, ktorý spolu so sánkami má hmotnosť  $m = 100$  kg. Faktor šmykového trenia medzi sklznicou sánok a snehom je  $f = 0,15$ .



Obr. C-3

Sánky ťaháme rovnomerným priamočiarym pohybom pomocou povrázku, obr. C-3. Ak označíme  $x$  smer pohybu sánok, povrázok sa nachádza v zvislej rovine určenej osou  $x$  a s vodorovnou rovinou zvierá uhol  $\alpha = 45^\circ$ .

- Určte veľkosť sily  $F$ , ktorou musíme ťahať povrázok sánok.
- Určte veľkosť sily  $F_N$ , ktorou sú sánky pritláčané k snehu.

Potom skúsime meniť uhol  $\alpha$ , ktorý zvierajú povrázok s vodorovnou rovinou a určujeme veľkosť  $F$  ťahovej sily  $F$  potrebnej na udržanie sánok v rovnomernom pohybe.

- Zostrojte graf závislosti sily  $F$  ako funkciu uhla  $\alpha$  pre uhly menšie ako  $90^\circ$ .
- Z grafu určte uhol  $\alpha_m$ , pod ktorým máme ťahať sánky, aby mala sila  $F$  minimálnu veľkosť  $F_{\min}$ . Určte hodnotu  $F_{\min}$ .

Tiažové zrýchlenie  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

## 6. Termodynamický cyklus

Vo valci uzatvorenom piestom sa nachádza plyn  $\text{CO}_2$ , ktorý má pri začiatkovej teplote  $t_0 = 50^\circ\text{C}$  a objeme  $V_0 = 10$  litrov tlak  $p_0 = 250$  kPa. Pri polohe piestu v začiatkovej polohe sa plyn zohreje na teplotu  $t_1 = 250^\circ\text{C}$ , potom sa pri stálej teplote zvýši pomocou piestu objem plynu na objem  $V_2 = k V_0$ , kde  $k = 3$ . Potom v novej polohe piestu sa nechá plyn ochladiť na teplotu  $t_0$  a nakoniec sa pohybom piestu vráti objem plynu pri stálej teplote na začiatkovú hodnotu  $V_0$ .

- Zostrojte  $p$ - $V$  diagram opísaného deja. Určte tlak vo všetkých štyroch vrchoch cyklu.
- Určte celkovú prácu  $W$ , ktorú plyn vykoná počas cyklu.
- Uveďte, v ktorej fáze deja sa musí plynu dodávať teplo z vonkajšieho zdroja a určte teplo  $Q$  dodané plynu počas cyklu.
- Určte termodynamickú účinnosť  $\eta$  cyklu a porovnajte ju s účinnosťou  $\eta_C$  Carnotovho cyklu s rovnakými teplotami izotermických dejov, v ktorom sú izochorické deje skúmaného cyklu nahradené adiabatickými dejmi.
- Porovnajte teplo  $Q$  z časti c) a teplo  $Q_C$  dodané plynu pri Carnotovom cykle s rovnakým začiatkovým stavom, s rovnakými teplotami  $t_0$  a  $t_1$  izotermických dejov a rovnakým pomerom  $k$  maximálneho a začiatkového objemu ako v prípade skúmaného cyklu.

Plyn považujte za ideálny.  $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ .

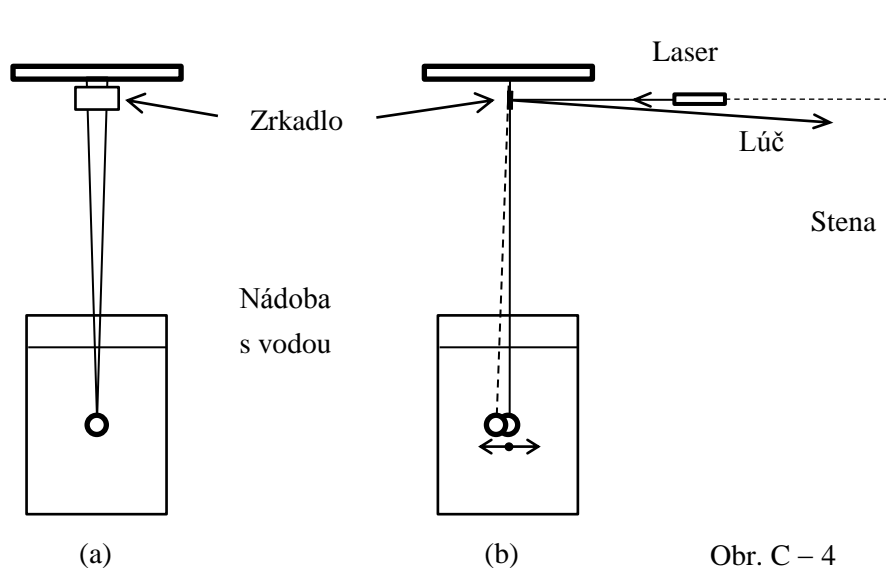
$$\text{Pozn.: } \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x} = \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right).$$

## 7. Teplotná závislosť viskozity vody – experimentálna úloha

Pri pohybe telies v tekutom prostredí pôsobí na teleso odporová sila. Pri relatívne nízkych rýchlostiach je odpor prostredia priamoúmerný rýchlosti pohybu telesa, pri vysokých rýchlostiach je priamoúmerný kvadrátu rýchlosti. Ak sa pohybuje guľa v neobmedzenom tekutom prostredí, vyjadruje odporovú silu, tzv. viskózný odpor, Stokesov vzťah  $F_o = 3\pi d \eta v$ , kde  $d$  je priemer gule,  $\eta$  dynamická viskozita a  $v$  rýchlosť gule vzhľadom na prostredie. Rozsah rýchlosti, pri ktorej má odpor viskózný charakter, možno orientačne určiť pomocou Reynoldsovoho čísla  $Re = \rho d / \eta < 2\,000$  ( $\rho$  je hustota prostredia).

Na meranie viskozity využijete tlmenie kmitavého pohybu matematického kyvadla viskóznou kvapalinou. Ku guľôčke s priemerom  $1 \div 2$  cm pripevnite dvojito tenkú

niť (V-záves), aby sa zabezpečila rovina kmitania kyvadla, obr. C-4. Na upevnenie nite možno do guľôčky navrtáť tenkú dierku, alebo niť možno prilepiť ku guľôčke sekundovým lepidlom. Treba dbať na to, aby upevnenie nite čo najmenej narušilo guľový tvar telesa. Dĺžka kyvadla  $l$  je vzdialenosť bodu závesu od ťažiska guľôčky. Vhodná je kovová, sklenená alebo plastová guľôčka s hmotnosťou  $m$  oveľa väčšou ako je hmotnosť nite a hustotou  $\rho_g \gg \rho$ .



Obr. C - 4

Pri veľmi malej výchylke  $x$  guľôčky z rovnovážnej polohy (uhol vychýlenia  $\varphi \ll 1$  rad) pôsobia na guľôčku vo vodorovnom smere sily  $F_g \sin \varphi \approx F_g (x/l)$  a  $F_o$ , pričom pri uvažovaní vztlakovej sily  $F_g = (\rho_g - \rho) V g$ , kde  $\rho_g$  je hustota guľôčky. Pohybová rovnica má tvar

$$m a = - \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_g} \right) \frac{m g}{l} x - 3 \pi d \eta v,$$

ktorú možno vyjadriť v tvare diferenciálnej rovnice

$$\ddot{x} + 2b \dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \text{ kde } b = \frac{3\pi d \eta}{2m} \text{ a } \omega_0^2 = \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_g} \right) \frac{g}{l}.$$

Pre malé tlmenie kyvadla (kyvadlo vykoná viac kmitov) má táto rovnica riešenie

$$x = x_0 e^{-bt} \cos \omega t,$$

kde  $x_0$  je začiatočná výchylka guľôčky z rovnovážnej polohy a  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$ .

Krajná výchylka  $x_n = x_0 e^{-bnT/2}$ , kde  $n$  je počet kyvov, postupne klesá v dôsledku tlmenia odporovou silou. Z nameraného poklesu  $p_n = x_0/x_n$  možno určiť koeficient tlmenia

$$b = \frac{2}{nT} \ln p_n \text{ a ďalej viskozitu kvapaliny } \eta = \frac{2mb}{3\pi d}.$$

Aby bolo možné sledovať pokles krajnej výchylky čo najpresnejšie, použite optický systém s laserovým ukazovadlom a zrkadielkom, obr. C-4. Ako zrkadlo použite malý pásik alobalu upevnený na hornom konci závesu. Laserové ukazovadlo upevnite do stojanu vo výške zrkadla a odrazený lúč premietnite na stenu vo vzdialenosti 1 až 2 m. Do miesta dopadu lúča na stenu umiestnite papier so stupnicou, na ktorej možno merať zmenu výchylky kyvadla. Na začiatku vychýľte kyvadlo zo zvislej polohy o veľmi malý uhol  $\varphi < 5^\circ$  a uvoľnite ho. Dbajte na to, aby sa guľôčka pohybovala čo najďalej od stien nádoby. Na stene sledujte výchylku stopy odrazeného lúča. Odporúča sa zvoliť čas merania  $\Delta t = n T/2$ , za ktorý poklesne krajná

výchylka približne na polovinu začiatočnej hodnoty. Pozn.: Dĺžku závesu a hmotnosť guľôčky zvolte tak, aby počas poklesu krajnej výchylky na 50 % začiatočnej hodnoty vykonal kyvadlo najmenej 10 kyvov.

*Úlohy:*

- a) Prvé meranie urobte bez tlmiacej kvapaliny. Zmerajte čo najpresnejšie dobu kmitu  $T_0$  kyvadla a čas  $\Delta t_0$  poklesu krajnej výchylky na 50 % začiatočnej hodnoty. Určte hodnotu uhlovej frekvencie kmitov  $\omega_0$ .
- b) Guľôčku kyvadla vložte do vody s teplotou približne 20 °C a meranie podľa časti a) opakujte. Zmerajte čas  $\Delta t$  a zodpovedajúci pomer  $p_n$  a taktiež dobu kmitu  $T$ . Z nameraných hodnôt určte koeficient tlmenia  $b$  jednak z tlmenia kmitov, jednak zo zmeny uhlovej frekvencie kmitov – obidve hodnoty porovnajte a posúďte, ktorý spôsob je presnejší. Určte koeficient  $\eta$  viskozity vody a výsledok porovnajte s tabuľkovou hodnotou.
- c) Meranie podľa časti b) opakujte s vodou s rôznou teplotou (od niekoľkých stupňov až do približne 60 °C). Zostrojte graf závislosti koeficientu viskozity od teploty. Priebeh závislosti zdôvodnite.
- d) Meranie opakujte pre iné kvapaliny podľa vlastného výberu (napr. stolný olej, koncentrovaná ovocná šťava,

Hodnoty meraných veličín zapisujte do vhodnej tabuľky.

(ďalšie informácie na <http://fo.uniza.sk> a [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk))

---

### 56. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie C

Autori úloh: Ľubomír Konrád (1, 3), Juraj Slabeycius (2), Ľubomír Mucha (4, 5),  
Kamil Bystrický (6), Ivo Čáp (7)  
Recenzia a úprava: Daniel Klivanec, Ľubomír Mucha  
Redakcia: Ivo Čáp  
Slovenská komisia fyzikálnej olympiády  
Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2014