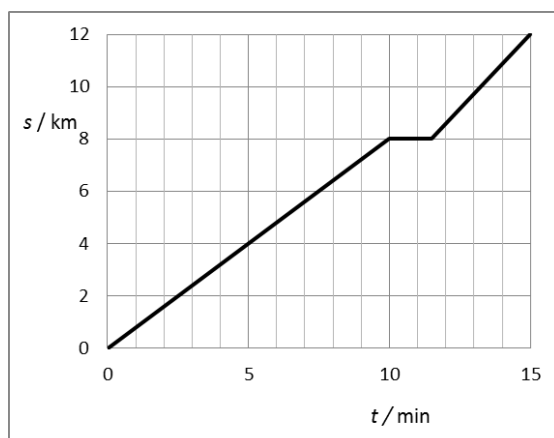


**56. ročník Fyzikálnej olympiády**  
**v školskom roku 2014/2015**  
**Kategória E – domáce kolo**  
*riešenie úloh*

**1. Autobus**

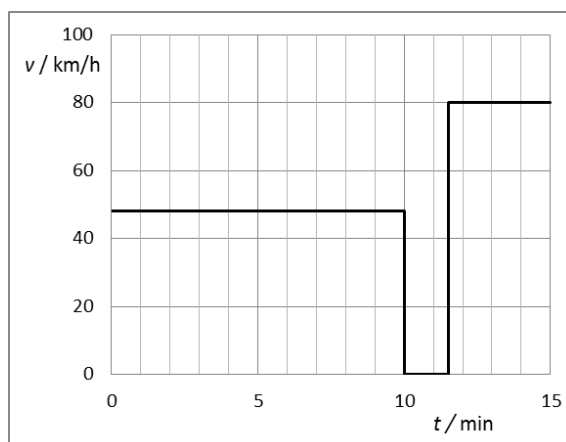
*Riešenie:*

- a) Vzdialenosť prejazdu od prvej zastávky  $s_1 = v_1 t_0$ .  
 Pre dané hodnoty veličín  $s_1 = 8,0$  km. 1b
- b) Vzdialenosť medzi oboma zastávkami  $s_0 = s_1 + s_2 = v_1 t_0 + s_2$ .  
 Pre dané hodnoty veličín  $s_0 = 12$  km. 2b
- c) V prípade, že prejazd nie je uzavretý, autobus prejde celú trasu za čas  
 $t_0 = s_0/v_1 = (v_1 t_0 + s_2)/v_1$ . Predané hodnoty veličín  $t_0 = 0,25$  h = 15 min. 1b
- d) Priemerná rýchlosť autobusu medzi prejazdom a druhou zastávkou  
 $v_2 = s_2/t_2 = s_2/(t_1 - \tau)$ , kde  $t_1 = s_2/v_1$ , potom máme  $v_2 = s_2/(s_2/v_1 - \tau)$ .  
 Pre dané hodnoty veličín  $v_2 \approx 80$  km/h. 2b
- e) Priemerná rýchlosť autobusu medzi zastávkami: autobus prešiel dráhu  $s_0$  za čas  
 $t_0 + t_2 = t_0 + s_2/v_1 - \tau$ .  
 Dosadením máme  $v_p = s_0 / (t_0 + s_2/v_1 - \tau) = (v_1 t_0 + s_2) / (t_0 + s_2/v_1 - \tau)$ .  
 Pre dané hodnoty veličín  $v_p \approx 55$  km/h. 2b
- f) Graf  $s = s(t)$  1b



Obr. RE–1

- g) Graf  $v = v(t)$  1b



Obr. RE–2

## 2. Prieskumný čln

Riešenie:

A: a), b) Čln za čas  $t_1$  prešiel v mori dráhu  $s_1 = v_2 t_1$ .

Za tento čas vykonal konvoj dráhu  $s_2 = v_1 t_1$ . V čase obrátenia člna naspäť bol čln v najväčšej vzdialenosti  $d_1 = s_1 - s_2$  od čela konvoja.

Smerom naspäť prešiel čln za čas  $t_2 = t_0 - t_1$  dráhu  $s_3 = v_2 (t_0 - t_1)$ .

Za tento čas prešiel konvoj dráhu  $s_4 = v_1 (t_0 - t_1)$ , pričom  $s_3 = d_1 - s_4$ .

Z týchto rovníc máme  $d_1 = (v_2 - v_1) t_1$ ,  $(v_2 + v_1)(t_0 - t_1) = d_1$ .

Hľadané veličiny

$$t_1 = \frac{v_1 + v_2}{2v_2} t_0, \quad 2b$$

$$d_1 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2v_2} t_0. \quad 2b$$

B: Vzhľadom na vzťažnú sústavu konvoj lodí, čln sa pohybuje pri plavbe od konvoja rýchlosťou  $v_2 - v_1$ , pri plavbe naspäť rýchlosťou  $v_1 + v_2$ . Na prvú časť dráhy potrebuje čas  $t_1 = d_1/(v_2 - v_1)$ , na druhú časť dráhy, naspäť ku konvoju, čas  $t_2 = d_1/(v_1 + v_2)$ , pričom  $t_1 + t_2 = t_0$ . Dosadením máme  $d_1(1/(v_2 - v_1) + 1/(v_2 + v_1)) = t_0$ , úpravou máme

$$d_1 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2v_2} t_0. \text{ Pre čas } t_1 \text{ máme } t_1 = \frac{d_1}{v_2 - v_1} = \frac{v_1 + v_2}{2v_2} t_0. \quad 6b$$

V oboch prípadoch pre dané hodnoty veličín máme  $t_1 = 2,4 \text{ hod} = 2 \text{ hod } 24 \text{ min}$ ,  $d_1 = 24 \text{ km}$ .

## 3. Tlaková poistka

Riešenie

a) Pri tlaku  $p$  plynu v kotle pôsobí na záklopku smerom nahor tlaková sila

$F_p$  s veľkosťou

$$F_p = S \Delta p = S (p - p_0).$$

Záklopka je pákou pritláčaná

k obvodu rúrky silou  $F_z$ , pričom pri

zatvorenom ventile rúrka na

záklopku pôsobí smerom nahor

prítlačnou silou  $F$  s veľkosťou

$$F = F_z - F_p > 0. \text{ Keď platí}$$

$$F_z - F_p < 0, \text{ záklopka sa otvorí a para}$$

uniká z kotla.

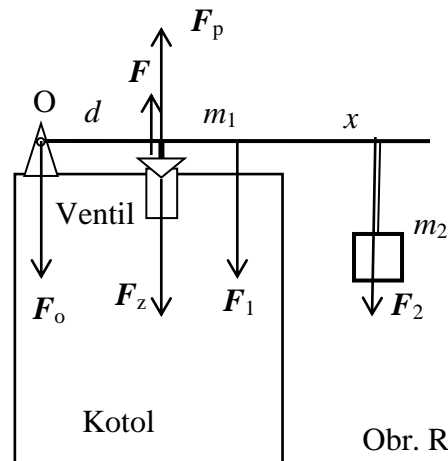
Na páku pôsobí jej vlastná tiažová sila  $F_1$  a ťahová sila  $F_2$  závesu závažia. V osi

O pôsobí na páku sila  $F_0$  smerom nadol. 3b

b) Ak je ventil zatvorený (záklopka je pritláčaná k rúrke), rovnováhu na páke vyjadríme nulovým momentom všetkých síl pôsobiacich na páku vzhľadom na os O

$$F_p d - m_2 g x - m_1 g (D/2) = 0.$$

Momenty síl, ktoré pôsobia proti smeru pohybu hodinových ručičiek označíme kladne, momenty síl v smere pohybu hodinových ručičiek záporne.



Obr. RE-3

Pri pretlaku  $\Delta p > \Delta p_m$  sa ventil nadvihne a para uniká do okolia.

Pre hraničný prípad ( $x = x_m$ ) v tomto prípade platí

$$\Delta p_m S d - m_2 g x_m - m_1 g (D/2) = 0,$$

z ktorej určíme

$$x_m = \frac{\Delta p_m S d - m_1 g D/2}{m_2 g}. \text{ Pre dané hodnoty veličín } x_m = 44 \text{ cm.} \quad 3b$$

- c) Tiaže páky a závažia pôsobia smerom nadol, ich záporný moment vzhľadom na záklopku je kompenzovaný kladným momentom sily  $F_O$ , tzn., že na os O pôsobí sila  $F_O$  smerom nadol. Pre rovnováhu páky platí: súčet síl v zvislom smere (vo vodorovnom smere nepôsobia žiadne sily) je nulový, teda

$$F_O + m_1 g + m_2 g - S \Delta p_m = 0, \text{ z toho určíme}$$

$$F_O = S \Delta p_m - (m_1 + m_2) g.$$

Pre dané hodnoty veličín  $F_O = 330 \text{ N}$ .

2b

- d) Ak je vo vnútri tlak  $p_0$ , pretlak  $\Delta p = 0$ . Na páku pôsobia: prítlačná sila  $F$  záklopky, tiaž páky  $F_1$  v ťažisku páky a tiaž závažia na konci páky  $F_2$ . Potom máme

$$F d - m_1 g D/2 - m_2 g D = 0,$$

z toho určíme

$$F = \left( m_2 + \frac{m_1}{2} \right) \frac{D}{d} g. \text{ Pre dané hodnoty } F = 200 \text{ N.} \quad 2b$$

#### 4. Spojené nádoby

Riešenie

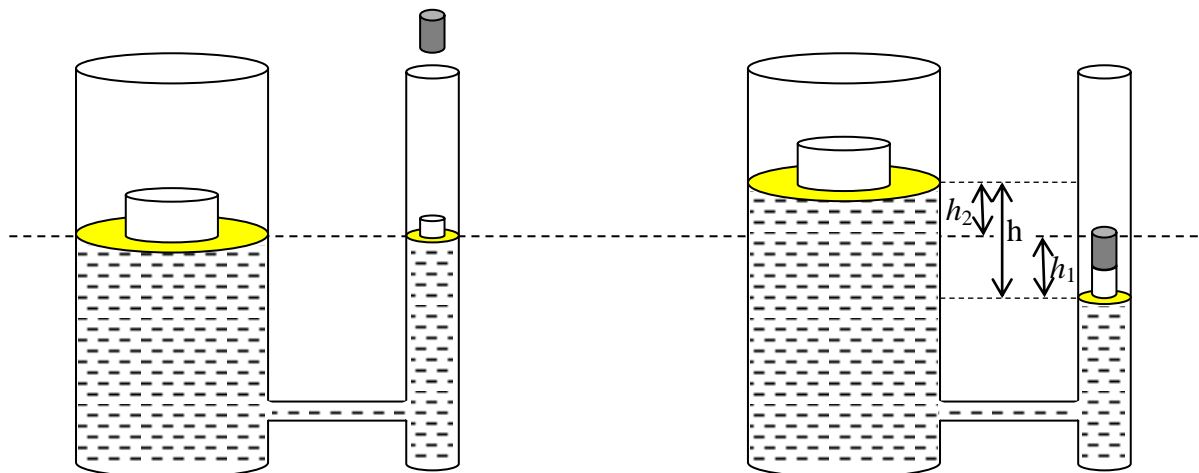
- a) V prípade spojených nádob bez závaží, by bola výška voľných hladín v oboch ramenách rovnaká. Ak položíme na doštičky závažia, zostali voľné hladiny tiež v rovnakej výške. To znamená, že prírastok tlaku od závaží je v oboch ramenách rovnaký, teda

$$m_1 / S_1 = m_2 / S_2, \quad \frac{m_1}{\pi R^2} = \frac{m_2}{\pi r^2}. \text{ Z toho } p = \frac{m_1}{m_2} = \left( \frac{R}{r} \right)^2,$$

pre dané hodnoty  $p \approx 11$ .

3b

- b) Pridaním závažia s hmotnosťou  $m_3$  do užšieho ramena sa zvýšil vonkajší tlak o hodnotu



Obr. RE-4

$$\Delta p = \rho g h = \frac{m_1 + m_3}{\pi r^2} g - \frac{m_2}{\pi r^2} g = \frac{m_3 g}{\pi r^2}.$$

$$\text{Rozdiel výšky hladín medzi oboma nádobami } h = \frac{m_3}{\pi r^2 \rho}. \quad (1) \quad 3b$$

Hladina v širšej nádobe bude o  $h \approx 35,4$  mm vyššie oproti hladine v užšej nádobe.

- c) Hladina vody v širšej nádobe sa zvýši o hodnotu  $h_1$ , v užšej nádobe poklesne o dĺžku  $h_2$ . Zvýšený objem vody v širšom ramene je rovný zmenšeniu objemu vody v užšom ramene

$$\pi r^2 h_1 = \pi R^2 h_2, \text{ pričom } h_1 + h_2 = h \quad (2)$$

Z rovností (1) a (2) postupnou úpravou dostaneme

$$h_2 = \frac{m_3}{\pi r^2 \rho \left(1 + \left(\frac{R}{r}\right)^2\right)}, \text{ prípadne } h_1 = \frac{m_3}{\pi r^2 \rho \left(1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)}.$$

$$\text{Pre dané hodnoty veličín } h_2 \approx 2,9 \text{ mm } (h_1 \approx 32,5 \text{ mm}). \quad 4b$$

## 5. Práca brigádnika v gravitačnom poli Zeme

Riešenie

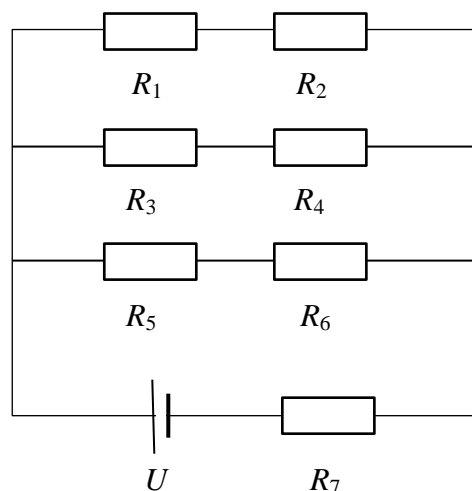
- a) V súlade s poznámkou k úlohe  $W_1 = -n m g h$ , pre dané hodnoty  $W_1 = -2\,250$  J. O túto prácu sa zmenšila polohová energia vriec s cementom, po ich zložení s plošiny automobilu. 4b
- b) Pri prenášaní vriec po vodorovnej podlahe brigádnik zdvihol každé vreco po dráhe  $h_1$  v smere dráhy a vykonal pritom prácu  $W_2' = n m g h_1$ . Pri pokladaní vriec na podlahu vykonal prácu  $W_2'' = -n m g h_1$ . Fyzikálna práca pri tejto činnosti  $W = W_2' + W_2'' = 0$ . Pri nesení vriec vo vodorovnom smere fyzikálnu prácu nekonal. 4b
- c) Svaly brigádnika však vykonal prácu  $2 n m g h_1 + n m g h = 3\,150$  J. 2b

## 6. Elektrický obvod

Riešenie:

- a) Jedno z možných zapojení šiestich rezistorov  $R_1$  až  $R_6$  je znázornené v schéme na obrázku RE-5 2b
- b) Odpor dvojice sériovo zapojených rezistorov je rovný súčtu ich odporov
- $$R_{12} = R_1 + R_2,$$
- $$R_{34} = R_3 + R_4,$$
- $$R_{56} = R_5 + R_6.$$
- Pre dané hodnoty veličín
- $$R_{12} = 3,0 \, \Omega, R_{34} = 5,0 \, \Omega, R_{56} = 15,0 \, \Omega.$$

2b



Obr. RE-5

Vodivosť (prevrátená hodnota odporu) paralelnej kombinácie rezistorov je rovná súčtu vodivostí jednotlivých vetiev

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{34}} + \frac{1}{R_{56}}.$$

Pre dané hodnoty  $1/R = 9,0/15,0 \text{ S} = 3,0/5,0 \text{ S}$ , a teda  $R = 5,0/3,0 \Omega$

2b

c) Rezistor  $R_7$  je k trojici vetiev pripojený sériovo, a preto celkový odpor

$$R_c = R + R_7.$$

Zdrojom prechádza prúd

$$I = \frac{U}{R + R_7}. \text{ Pre dané hodnoty veličín } I = 6,0 \text{ A.} \quad 1b$$

Na paralelných vetvách je napätie  $U_p = R I$ . Prúdy v jednotlivých vetvách určíme ako podiel tohto napätia a odporu príslušných vetiev

$$I_1 = \frac{U_c}{R_{12}} = \frac{R}{R_{12}} I, \quad I_2 = \frac{U_c}{R_{34}} = \frac{R}{R_{34}} I, \quad I_3 = \frac{U_c}{R_{56}} = \frac{R}{R_{56}} I.$$

Pre dané hodnoty veličín  $I_1 = 10,0/3,0 \text{ A}$ ,  $I_2 = 2,0 \text{ A}$ ,  $I_3 = 2,0/3,0 \text{ A}$ . 3b

Vidíme, že súčet prúdov  $I_1 + I_2 + I_3 = I$ .

*Pozn.: Pri riešení možno použiť aj iné postupy.*

## 7. Určenie gravitačnej konštanty $g$ – experimentálna úloha

podľa kvality spracovania max. 10 bodov

---

### 56. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie E

Autori úloh: Lubomír Konrád (1, 2, 3), Mária Kladivová (4),  
Daniel Klvanec (5), Kamil Bystrický (6), Ivo Čáp (7)

Recenzia a úprava úloh: Daniel Klvanec, Ivo Čáp

Redakcia: Lubomír Konrád

Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2014