

**56. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2014/2015**

Úlohy krajského kola kategórie C

1. Hádzanie loptičiek

Dvaja chlapci vystreľovali tenisové loptičky pomocou rakety na zvislú cvičnú stenu. Začiatkové rýchlosti loptičiek boli $v_1 = 16 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (prvý chlapec) a $v_2 = 18 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (druhý chlapec).

- a) Prvý chlapec sa postavil do vzdialenosti $x_1 = 10 \text{ m}$ od cvičnej steny. Obidvaja vystrelili loptičky súčasne a pod rovnakým uhlom výstrelu $\alpha = 30^\circ$. Určte, do akej vzdialenosti d od prvého chlapca sa musel postaviť druhý, aby loptičky dopadli na stenu súčasne. Pre tento prípad určte vzájomnú vzdialenosť c (rozdiel výšok) medzi miestami dopadu loptičiek na stenu. K riešeniu úlohy nakreslite situačný obrázok.
- b) Potom sa prvý chlapec postavil do vzdialenosti $x_1 = 10 \text{ m}$ od steny. Určte uhol α_1 výstrelu loptičky prvého chlapca, aby jeho loptička po odraze od steny dopadla k nohám druhého chlapca, ktorý stojí vo vzdialenosti $x_2 = 14 \text{ m}$ od steny. Nakreslite obrázok, ktorý znázorňuje uvedenú situáciu.
- c) Do akej maximálnej vzdialenosti x_2 sa môže posunúť druhý chlapec, aby mohla nastať situácia podľa bodu b), a pod akým uhlom α v takom prípade musí prvý chlapec loptičku vystreliť?

Úlohu riešte všeobecne a pre dané hodnoty, $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Obidva vrhy prebiehajú v spoločnej zvislej rovine kolmej na zvislú cvičnú stenu. Pre jednoduchosť predpokladajte, že loptičky sú vystreľované z nulovej výšky nad vodorovnou rovinou dopadu. Odraz loptičky od steny považujte za dokonale pružný, takže uhol dopadu loptičky vzhľadom na kolmicu k stene má rovnakú veľkosť ako uhol odrazu.

Pozn.: Pre goniometrické funkcie platí $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

2. Zrážka guľôčok

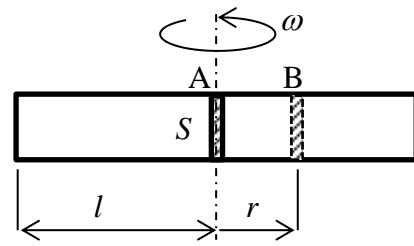
V bezťažovom stave na orbitálnej stanici robili pokusy s pružnými guľôčkami. V krátkom časovom intervale vypustili z trubice prvú guľôčku a za ňou druhú guľôčku s menšou hmotnosťou, ako mala prvá, pričom kinetická energia oboch guľôčok mala rovnakú veľkosť. Po stredovej dokonale pružnej zrážke guľôčok zostane druhá guľôčka v pokoji a prvá sa pohybuje rýchlosťou $v_1 = 20 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$.

- a) Určte pomer $p = m_2/m_1$ hmotností guľôčok.
- b) Určte veľkosť v_T rýchlosti pohybu hmotného stredu sústavy guľôčok.
- c) Určte pomer $q = E_{k \text{ min}}/E_{k \text{ max}}$ najmenšej a najväčšej hodnoty kinetickej energie sústavy guľôčok počas zrážky.

Rýchlosti guľôčok sú určené vzhľadom na vzťažnú sústavu pevne spojenú s orbitálnou stanicou.

3. Rotujúci valec s plynom

Vodorovný valec s dĺžkou $2l = 40,0$ cm a obsahom prierezu $S = 10,0$ cm² je otočný okolo zvislej osi, ktorá prechádza jeho stredom, obr. C2-1. Valec naplnený plynom je na oboch koncoch uzavretý. Vo vnútri valca sa nachádza tenký voľne pohyblivý piest s hmotnosťou $m = 50,0$ g, ktorý rozdeľuje plyn na dve časti s rovnakým látkovým množstvom plynu. Na začiatku je valec v pokoji, piest sa nachádza v rovnovážnej polohe v strede valca a tlak plynu je $p = 20,0$ kPa.



Obr. C2-1

Potom sa začne valec pomaly roztáčať. Až po určitú uhlovú rýchlosť ω_0 zostáva piest v rovnovážnej polohe a po jej prekročení sa vychýli smerom k jednému koncu do polohy B do vzdialenosti r od osi otáčania, obr. C2-1.

- Určte hodnotu ω_0 uhlovej frekvencie ω otáčania sa valca, do ktorej je poloha piestu v strede valca stabilná, tzn. pri malej výchylke $r \ll l$ z rovnovážnej polohy sa vráti nazad.
- Určte výchylku r z rovnovážnej polohy piestu pre hodnoty frekvencie otáčania valca $N_1 = 300$ min⁻¹ a $N_2 = 900$ min⁻¹.

Úlohu riešte všeobecne a pre dané hodnoty:

Predpokladajte, že teplota plynu sa počas experimentu nemení. Pozn.: pre $r \ll l$ možno pri úprave použiť približné vyjadrenie $l^2 - r^2 \approx l^2$.

4. Adiabatická expanzia plynu

Výmena tepla medzi termodynamickou sústavou a jej okolím je relatívne pomalý proces. Poznáme to napr. u pomalého chladnutia čaju a pomalého zohrievania vzduchu v miestnosti. Pri rýchlych zmenách stavu ideálneho plynu sa často nestačí priviesť alebo odviesť významné teplo a tepelnú výmenu medzi plynom a nádobou, v ktorej sa nachádza, považujeme za nulovú. Takýto dej označujeme ako *adiabatický*.

- Vo vznetrovom motore (Diesselov motor) dochádza vo valci s piestom k prudkému stlačeniu vzduchu so začiatočnou teplotou $t_0 = 20$ °C a začiatočným objemom $V_0 = 1,5$ litra na objem $V_1 = V_0/k_1$. Určte hodnotu t_1 teploty vzduchu po stlačení v pomere objemov $k_1 = 10$.
- Z nádoby so stlačeným vzduchom s teplotou $t_0 = 20$ °C a tlakom $p_0 = 2,5$ MPa uniká cez ventil vzduch a expanduje na tlak $p_2 = 100$ kPa. Určte hodnotu t_2 teploty vzduchu, na ktorú sa vzduch ochladí v dôsledku expanzie.
- Vo valci s piestom je uzatvorený vzduch s teplotou $t_0 = 20$ °C, tlakom $p_0 = 2,5$ MPa a objemom $V_0 = 1,5$ litra. Určte prácu W , ktorú vykoná plyn pri pohybe piestu pri zmene objemu na hodnotu $V_3 = k_2 V_0$, kde $k_2 = 2,5$.

Všetky deje považujte za adiabatické s Poissonovou konštantou $\kappa = 1,4$. Výsledky častí a) a b) vyjadrite v jednotkách °C.

Pozn.: Tepelná kapacita vzduchu $C_V = (5/2) n R$, kde $R = 8,3 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ a n je látkové množstvo plynu.

56. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy krajského kola kategórie C

Autori úloh: Lubomír Konrád (1, 2, 3), Ivo Čáp (4),

Recenzia a úprava: Daniel Klivanec, Lubomír Mucha

Redakcia: Ivo Čáp

Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

Vydal: IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2015