

**57. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2015/2016**

Kategória B – domáce kolo

Texty úloh

1. Dráhová cyklistika

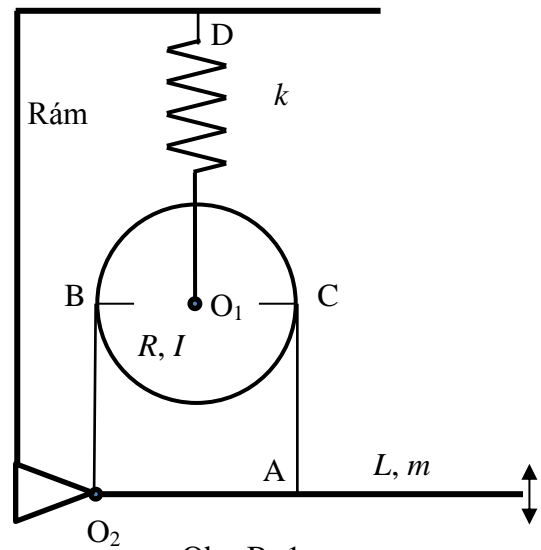
Keď ide o prekonávanie rýchlostných rekordov v športe, často zaváži aj maličkosť. Napríklad v šprinte na 100 metrov je rekord uznaný, ak je rýchlosť podporného vetra menšia ako 2,0 m/s. V dráhovej cyklistike má výrazný vplyv aj tlak vzduchu počas konania preteku. Cyklisti súťažia aj v tzv. hodinovke, ktorá predstavuje dráhu prejdenú cyklistom za 1 h. Dňa 7. júna 2015 britský cyklista Bradley Wiggins vytvoril nový svetový hodinový rekord. Za jednu hodinu prešiel dráhu $s_0 = 54,526$ km. Počas tohto rekordného pokusu bol tlak vzduchu na trati cyklistu $p_0 = 1\,033$ hPa a teplota vzduchu $t = 19$ °C. Predpokladajte, že veľkosť rýchlosti Wigginsa na celej trati bola konštantná.

- a) Určte celkovú odporovú silu F_0 , ktorá pôsobila na Wigginsa.
- b) Akú časť k z celkovej odporovej sily tvoril valivý odpor kolies pri danej rýchlosti?
- c) Vypočítajte celkovú prácu W a priemerný výkon P Wigginsa počas rekordného pokusu.
- d) Uvedený tlak p_0 predstavuje pre miesto trate tlakovú výš. Ak by sa rekordný pokus uskutočnil o 5 dní skôr, tlak vzduchu bol $p = 1\,003$ hPa (tlaková níž). Teplota vzduchu by sa nezmenila. Ako by sa zmenila dráha prekonaná cyklistom za uvedených podmienok? Predpokladajte, že priemerný výkon cyklistu by bol rovnaký ako v časti c) úlohy.

Úlohu riešte najprv všeobecne, potom pre hodnoty: priemer kolesa bicykla pre dráhovú cyklistiku $d = 700$ mm, rameno valivého odporu kolesa $\zeta = 1,00$ mm, hmotnosť cyklistu $M = 70,0$ kg, hmotnosť bicykla $m = 7,00$ kg, tiažové zrýchlenie $g = 9,81$ m.s⁻². Súčin koeficientu aerodynamického odporu a efektívnej plochy cyklistu $CS = 0,210$ m². Mólóvá hmotnosť vzduchu $M_m = 29,0 \cdot 10^{-3}$ kg · mol⁻¹, mólóvá plynová konštanta $R = 8,31$ J · mol⁻¹ · K⁻¹. Trenie v ložiskách a prevodoch bicykla zanedbajte. Trať hodinovky na celej svojej dĺžke je vodorovná.

2. Kmity mechanickej sústavy

Na pevnom nepohyblivom ráme je pripevnená mechanická sústava, ktorá pozostáva z kladky s polomerom R , hmotnosťou M a momentom zotrvačnosti I vzhľadom na jej rotačnú os, tyče s hmotnosťou m a dĺžkou L , obr. B–1. Kladka je zavesená za os O_1 na pružine s tuhosťou k . Tyč je pripevnená na konzole na zvislej stene rámu na otočnom kĺbe O_2 . Tyč sa udržiava vo vodorovnej pokojovej polohe tenkým vláknom, ktoré je pripevnené na jednej strane ku kĺbu O_2 , prevesené cez kladku a na druhej strane pripevnené k tyči v bode A vo vzdialenosti $2R$ od kĺbu. Kladka i tyč sa môžu pohybovať v zvislej rovine.



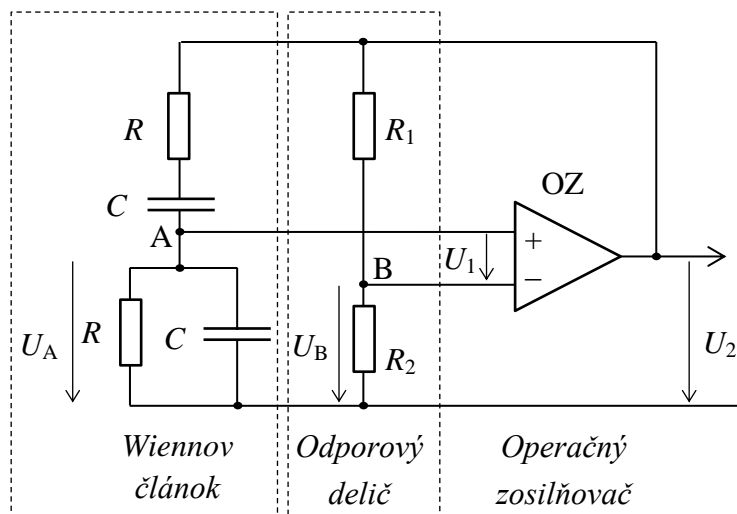
Obr. B–1

Pri malom vychýlení tyče z vodorovnej polohy o uhol $\varphi \ll 1$ rad a uvoľnení začne sústava kmitať. Určte periódu T malých kmitov sústavy.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty $k = 650 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$, $R = 50 \text{ mm}$, $I = 3,2 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $M = 200 \text{ g}$, $m = 120 \text{ g}$, $L = 20 \text{ cm}$, $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Vlákno má malú hmotnosť, je dostatočne pevné a neroztiahnuteľné.

3. Wienov oscilátor

Zapojenie využívajúce operačný zosilňovač (OZ) so spätnou väzbou realizovanou Wienovým článkom sa volá Wienov oscilátor, obr. B–2. Wienov článok obsahuje dva rezistory s rovnakým odporom $R = 10 \text{ k}\Omega$ a dva kondenzátory s rovnakou kapacitou $C = 56 \text{ nF}$. Frekvenčne nezávislý delič pozostáva z dvoch rezistorov s pomerom odporov $p = R_1/R_2$.



Obr. B–2

Operačný zosilňovač zosilňuje vstupný signál U_1 na výstupný $U_2 = A U_1$, kde $A \approx 1,00 \times 10^5$ je zosilnenie OZ. Od výstupného signálu je odvodené vstupné napätie pomocou spätnej väzby.

Pozn.: Riešenie obvodu je jednoduché, ak si uvedomíme dve pravidlá: 1) vstupný odpor medzi vstupmi (+) a (-) je veľmi veľký a preto vstupné prúdy obidvoch vstupov považujeme za nulové; 2) keďže zosilnenie A je veľmi veľké, pre reálne hodnoty výstupného napätia (menšie ako napájacie napätie) je vstupné napätie U_1 veľmi malé a preto ho považujeme za nulové, tzn. $U_A = U_B$.

- Odvoďte vzťah pre pomer fázorov napätí U_A/U_2 na vstupe (+) (U_A) a výstupe (U_2) operačného zosilňovača.
- Odvoďte vzťah pre pomer fázorov napätí U_B/U_2 na vstupe (-) (U_B) a výstupe (U_2) operačného zosilňovača.
- Určte podmienky, ktoré musia byť splnené, aby napätia U_A a U_B mali rovnakú efektívnu hodnotu a rovnakú fázu, tzn. podmienky vzniku harmonických kmitov. Určte hodnoty pomeru p a frekvencie f generovaného harmonického napätia.

Pozn.: Zoznámte sa s riešením striedavých obvodov pomocou komplexných veličín (fázorov) a úlohu riešte s použitím tejto metódy.

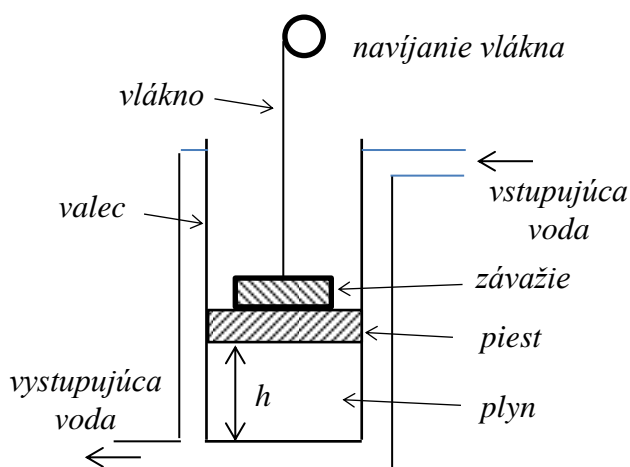
4. Kruhový dej

Vo zvislom valci je piestom s obsahom prierezu S a hmotnosťou m_1 uzatvorený dusík N_2 . Na povrchu piestu je závažie s hmotnosťou m_2 zavesené na zvislom vlákne. Tepelne vodivý valec je obtekaný vodou, ktorá tečie po jeho vonkajšom povrchu, obr. B-3.

Voda podľa svojej teploty zohrieva alebo ochladzuje plyn vo valci.

Na začiatku je teplota plynu t_1 , sila pôsobiaca vo vlákne je nulová, výška plynového stĺpca vo valci je h_1 . Potom sa teplota vody zmení na $t_2 > t_1$. Na teplotu t_2 sa postupne

zohreje aj plyn vo valci, čo spôsobí postupné stúpanie piestu so závažím do výšky h_2 . Následne sa závažie pomocou vlákna začne veľmi pomaly dvíhať až kým sa neoddelí od piestu, pričom teplota plynu sa nemení a valec stúpne do maximálnej výšky h_3 . Potom sa zmení teplota vody na hodnotu t_1 a valec s plynom sa začne ochladzovať. Piest bude klesať, pričom závažie zostane visieť v najvyššej polohe. Keď sa teplota plynu ustáli na hodnote t_1 a výška piestu sa ustáli na hodnote h_4 , začne sa pomaly odvíjať vlákno so závažím, až kým sila napínajúca vlákno neklesne na nulovú hodnotu. Pri spúšťaní závažia sa teplota t_1 plynu nemení.



Obr. B-3

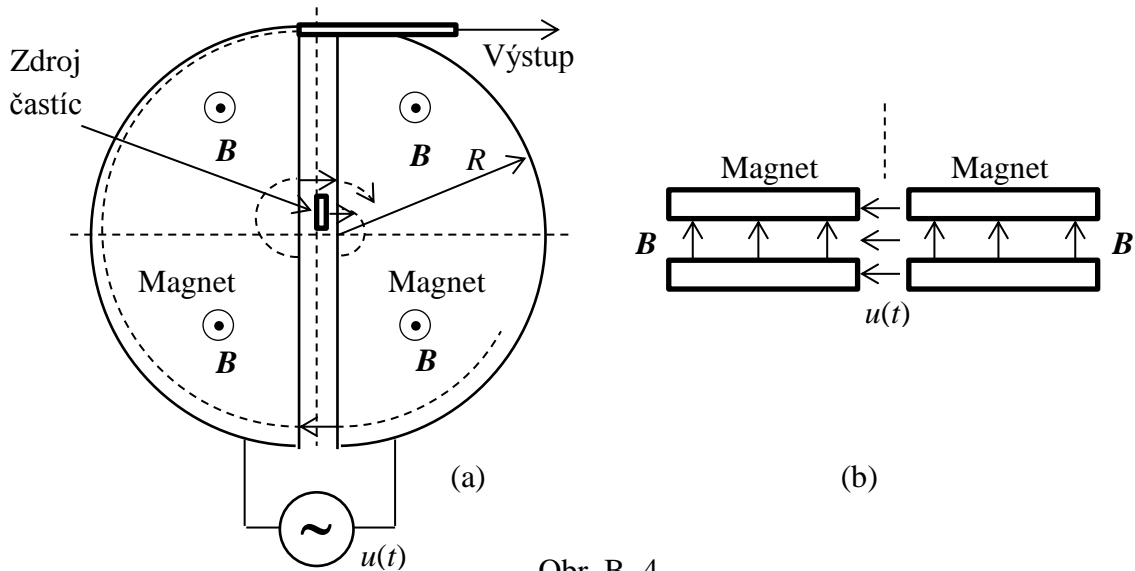
- a) Opíšte jednotlivé fázy pohybu piestu a termodynamické zmeny stavu plynu.
- b) Určte výšku h_2 , v ktorej sa piest zastaví po ustálení teploty plynu t_2 , výšku h_3 piestu, v ktorej sa oddelí závažie od povrchu piestu a výšku h_4 , v ktorej sa piest zastaví po ustálení teploty plynu t_1 .
- c) Zostrojte graf závislosti tlaku p plynu od výšky h piestu a graf závislosti teploty t plynu od výšky h piestu pre celý termodynamický cyklus.
- d) Určte teplo Q dodané plynu teplou vodou s teplotou t_2 a celkovú prácu W vykonanú plynom počas celého opísaného deja.

Úlohu riešte najprv všeobecne a potom pre hodnoty: $h_1 = 20,0$ cm, $t_1 = 15,0$ °C, $t_2 = 90,0$ °C, $p_0 = 101$ kPa, $S = 25,0$ cm². $m_1 = 200$ g, $m_2 = 5,20$ kg, $g = 9,81$ m·s⁻²,

Plyn považujte za ideálny, odvod tepla piestom, ako aj treciu silu pri pohybe piestu vo valci neuvažujte. Predpokladajte, že v každej fáze deja nastáva tepelná rovnováha medzi vodou a valcom s plynom.

5. Cyklotrón

Cyklotrón je kruhový urýchľovač častíc s elektrickým nábojom. K urýchľovaniu dochádza medzi polkruhovými magnetmi (duantmi) s polomerom R , medzi ktorými je elektrické napätie $u(t)$. Pri pohľad z boku, obr. B-4 (b), vidno medzeru medzi pólmi magnetu, v ktorej je homogénne magnetické pole s indukciou \mathbf{B} . Zo zdroja častíc blízko stredu sú uvoľňované častice, v našom prípade ióny hélia He^{2+} (alfa častice). Častice sa pohybujú medzi duantmi v rovine kolmej na magnetické pole. Pri každom prechode medzerou medzi magnetmi, obr. B-4 (a), sú ióny urýchlené elektrickým poľom s napätím U . Aby sa dosiahla dostatočná energia častíc, opakuje sa urýchľovanie mnohonásobne tak, že ióny sa opakovane vracajú do urýchľovacej medzery. Aby sa častica pri každom prechode medzerou urýchľovala, musí sa medzi dvoma po sebe idúcimi prechodmi zmeniť polarita napätia $u(t)$, čo sa dosahuje tak, že napätie zdroja je striedavé s vhodnou frekvenciou f . Častica sa postupne dostáva k okraju, až dosiahne výstup.



Obr. B-4

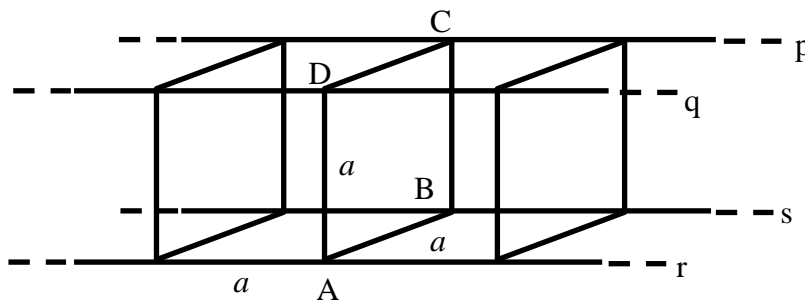
- Stručne opíšte pohyb iónu v cyklotróne.
- Určte frekvenciu f napätia $u(t)$, aby pri každom prechode iónu medzerou dochádzalo k jeho urýchleniu.
- Určte rýchlosť v_m alfa častíc vystupujúcich z urýchľovača.
- Za akú dobu T po vniknutí do urýchľovača dosiahne častica výstup a koľkokrát častica obehne okolo osi cyklotrónu?

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $B = 1,0 \text{ T}$, $R = 50 \text{ cm}$, $U = 50 \text{ kV}$, relatívna atómová hmotnosť iónu hélia $A_r \approx 4,0$, atómová hmotnostná jednotka $u \approx 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$. Ďalšie konštanty vyhľadajte v tabuľkách.

Šírku urýchľovacej medzery a začiatočnú energiu častice považujte za veľmi malú.

6. Nekonečná odporová sieť

Na obrázku B-5 je znázornená nekonečná odporová sieť. Štyri dlhé rovnobežné vodiče p, q, r, s sú prepojené pravidelne rozmiestnenými štvorcovými priečkami s dĺžkou strany $a = 30 \text{ mm}$ a vzájomnou vzdialenosťou a . Dĺžkový odpor všetkých vodičov $r = 2,0 \Omega \cdot \text{m}^{-1}$.



Obr. B-5

Určte odpor medzi uzlami A a C.

Pozn.: Úlohu odporúčame riešiť metódou potenciálovej analýzy, ak k uzlom A, C pripojíme zdroj napätia.

7. Meranie teplotnej závislosti odporu – experimentálna úloha

Teplotná závislosť odporu rôznych súčiastok sa využíva v mnohých elektronických aplikáciách. V kovoch je v širokom rozsahu teplôt teplotná závislosť ich odporu $R = f(t)$ daná lineárnou funkciou

$$R = R_0 [1 - \alpha(t - t_0)]. \quad (1)$$

1. Úloha

Určte podiel R/R_0 odporov vláknovej žiarovky pre izbovú teplotu $t_0 \approx 20 \text{ }^\circ\text{C}$ (R_0) a pre prevádzkovú teplotu t (R). Odpor R_0 určte pomocou multimetra nastaveného na meranie odporu. Odpor R určte z nominálnych hodnôt napätia U_n a výkonu P_n uvedených na žiarovke. Pre meranie použite automobilovú vláknoú žiarovku na nominálne napätie $U_n = 12 \text{ V}$.

- a) Zo získaných hodnôt určte prúd I_0 , ktorý prechádza žiarovkou v okamihu pripojenia na zdroj a prúd I_n pri nominálnom napätí U_n .

Pozn.: Pri zapnutí nastáva značný prúdový náraz, ktorý môže u staršej žiarovky spôsobiť prerušenie vlákna. Tzv. prepálenie vlákna žiarovky obvykle nastáva pri zapnutí spínača.

- b) Z nameraných hodnôt určte teplotu vlákna v prevádzkovom stave, ak poznáte teplotný súčiniteľ odporu vlákna $\alpha = 4,5 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

- c) Určte vlnovú dĺžku λ_m žiarenia vlákna v prevádzkovom stave, ak vlákno považujete za dokonale čierne teleso.

Posúďte, prečo je vláknoú žiarovka ako zdroj svetla neúsporná.

2. Úloha

Aby sa obmedzil prúdový náraz pri zapnutí najmä drahších zariadení, napr. žeravenie vákuových obrazoviek, zaraďuje sa do série s vláknom polovodičový termistor, ktorého odpor s rastúcou teplotou klesá

$$R = R_0 \exp \left[A \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right], \quad (2)$$

kde A je konštanta a T termodynamická teplota.

- a) Zmerajte multimetrom odpor termistora pri rôznych teplotách v rozsahu od $20 \text{ }^\circ\text{C}$ do $100 \text{ }^\circ\text{C}$ a namerané hodnoty zapíšte do tabuľky. Zmenu teploty realizujte vložением termistora do vody, ktorú pomaly zohrievate. *Pozn.: Prívody termistora dostatočne elektricky izolujte, aby nedochádzalo k vedeniu prúdu medzi prívodmi termistora vodou.*

- b) Z nameraných hodnôt zostrojte graf, pričom na osi vyneste hodnoty veličín, pre ktoré je grafom funkcie (2) priamka. Bodmi grafu preložte regresnú priamku a určte hodnotu konštanty A .

Pozn.: Na meranie použite NTC ochranný termistor, napr. od distribútora súčiastok TME: <http://www.tme.eu/sk/details/b57236s0800m/ochranne-termistory-ntc/epcos/> v cene do 1 €.

- c) Vysvetlite, ako funguje ochrana spotrebiča termistorom pred začiatočným prúdovým impulzom. Akú funkciu má termistor v prevádzke spotrebiča?