

**57. ročník Fyzikálnej olympiády  
v školskom roku 2015/2016**

**Kategória B – domáce kolo**  
*Texty úloh*

**1. Pálya-kerékpározás**

A gyorsasági rekordok megdöntése gyakran apróságoktól függ. A 100 m-es gyorsfutás rekordját csak akkor ismerik el, ha a hátszél sebessége nem volt nagyobb 2,0 m/s-nál. A pálya-kerékpározásnál döntő szerepe van a verseny közben uralkodó légnyomásnak is. A versenyzők részt vesznek az úgynevezett egyórás versenyen is, ahol az 1 óra alatt megtett út hosszát mérik. 2015 június 7-én Bradley Wiggins új világcúcsot állított fel az egyórás kerékpározásban. Egy óra alatt  $s_0 = 54,526$  km hosszú utat tett meg. A világcúcsot elért verseny alatt a légnyomás  $p_0 = 1,033$  hPa volt, a levegő hőmérséklete pedig  $t = 19$  °C. Tételezzék fel, hogy Wiggins sebességének nagysága az egész pályán állandó volt!

- a) Határozzák meg a Wigginsre ható teljes  $F_0$  fékezőerőt!
- b) Hányadát ( $k$ ) alkotta a kerekre ható gördülési ellenállás a teljes fékezőerőnek?
- c) Számítsák ki a Wiggins által végzett  $W$  teljes munkát és  $P$  átlagos teljesítményét az új világcúcsot beállító versenyén!
- d) A pálya, a mért  $p_0$  légköri nyomással, magas nyomású terület részét képezte. Öt nappal később a területen alacsony légköri nyomás uralkodott ( $p = 1003$  hPa), a levegő hőmérséklete változatlan maradt. Mekkora távolságot tett volna meg Wiggins csúcspdöntési kísérletében ilyen feltételek mellett? Tételezzék fel, hogy az átlagos teljesítménye akkora lett volna, mint a c) pontban!

A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre: a pálya-kerékpározásnál használt kerék átmérője  $d = 700$  mm, a kerék gördülő ellenállásának karja  $\xi = 1,00$  mm, a kerékpározó tömege  $M = 70,0$  kg, a kerékpár tömege  $m = 7,00$  kg, a nehézségi gyorsulás  $g = 9,81$  m · s<sup>-2</sup>! A légellenállási tényező és a versenyző homloklületének szorzata  $CS = 0,210$  m<sup>2</sup>. A levegő moláris súlya  $29,0 \times 10^{-3}$  kg · mol<sup>-1</sup>, az általános gázállandó  $R = 8,31$  J · mol<sup>-1</sup> · K<sup>-1</sup>. Tételezzék fel, hogy a kerékpár csapágyaiban és áttéteiben fellépő ellenállás elhanyagolhatóan kicsi! Az egyórás verseny pályája egész hosszában vízszintes.

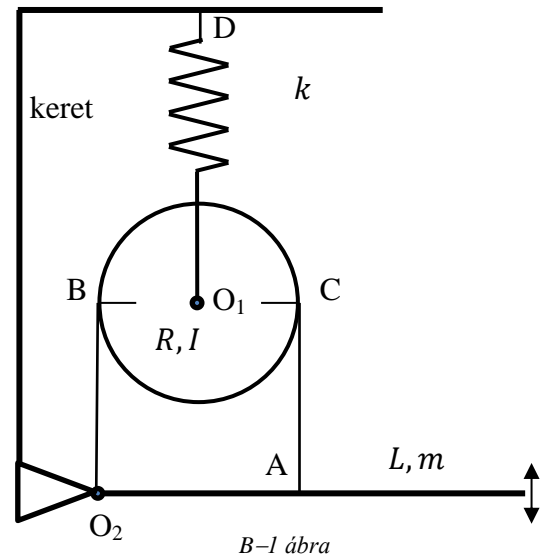
## 2. A mechanikai rendszer rezgései

Szilárd és merev kerethez van erősítve egy mechanikai rendszer, amely egy  $R$  sugarú,  $M$  tömegű csigából és egy  $m$  tömegű és  $L$  hosszúságú rúdból áll (B-1 ábra). A csiga saját forgástengelyére számított tehetetlenségi nyomatéka  $I$ .

A csiga  $O_1$  tengelyénél fogva egy  $k$  merevségű rúgon függ. A rúd a keret függőleges falához az  $O_2$  szabadon elforduló csuklóval van rögzítve. A rudat egy vékony fonál tartja vízszintes helyzetben, amely egyik vége a csuklóhoz van rögzítve, másik vége ( $2R$  távolságban a csuklótól) az A pontban a rúdhöz, miközben a fonalat átvezették a csigán. A csiga és a kar is a függőleges síkban mozoghatnak.

A rúd kis  $\varphi \ll 1$  rad szöggel kitérítve a vízszintes egyensúlyi helyzetéből majd elengedve, rezegni kezd. Határozzák meg a rendszer rezgésének  $T$  periódusidejét!

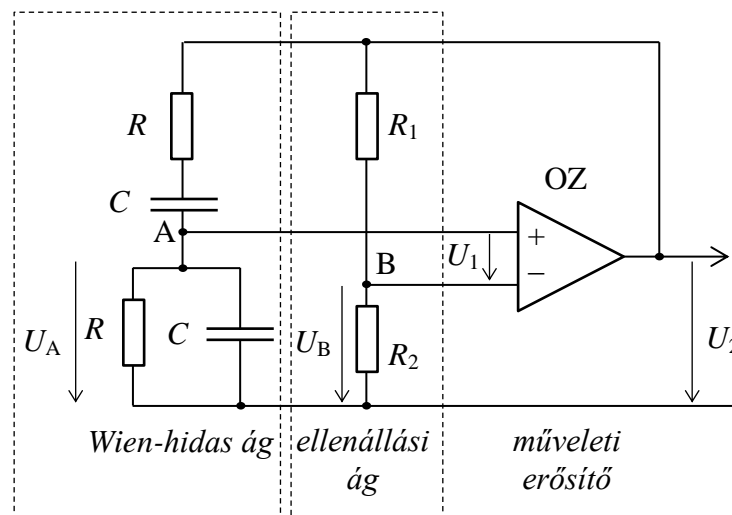
A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre:  $k = 650 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $R = 50 \text{ mm}$ ,  $I = 3,2 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $M = 200 \text{ g}$ ,  $m = 120 \text{ g}$ ,  $L = 20 \text{ cm}$ ,  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . A fonál tömege elhanyagolhatóan kicsi, szilárd és nem nyújtható.



B-1 ábra

## 3. Wien-hidas oszcillátor

A Wien-hidas oszcillátor egy műveleti erősítő, amely a Wien-hídon alapul (B-2 ábra). A Wien-hidas ág két azonos  $R = 10 \text{ k}\Omega$  elektromos ellenállású rezisztort és két azonos  $C = 56 \text{ nF}$  kapacitású kondenzátort tartalmaz. A frekvencia független ellenállási ág két rezisztorból áll, amelyek elektromos ellenállásának aránya  $p = R_1/R_2$ .



B-2 ábra

A műveleti erősítő (ME) a bemeneti  $U_1$  jelet  $U_2 = AU_1$  jelre erősíti, ahol  $A \approx 1,00 \times 10^5$  a ME erősítése. A kimeneti jelből a visszacsatolás segítségével vezetnek le a bemeneti feszültséget.

Megjegyzés: az áramkör szerkezete egyszerű, ha tudatosítjuk a következő két szabályt: 1) a bemeneti ellenállás a (+) és (-) bemenetek között nagyon nagy, ezért a bemeneti áramról

mindkét bemenet esetében feltételezzük, hogy nulla nagyságú; 2) mivel az A erősítés nagyon nagy, valós kimeneti feszültségeknél (kisebb mint a tápegység feszültsége) a bemeneti  $U_1$  feszültség nagyon kicsi, feltételezzük, hogy nulla, tehát  $U_A = U_B$ .

- Vezessék le a műveleti erősítő (+) bemeneti ( $U_A$ ) és kimeneti ( $U_2$ ) feszültség fazorainak  $U_A/U_2$  arányát!
- Vezessék le a műveleti erősítő (-) bemeneti ( $U_B$ ) és kimeneti ( $U_2$ ) feszültség fazorainak  $U_B/U_2$  arányát!
- Határozzák meg, milyen feltételeket kell teljesíteni, hogy az  $U_A$  és  $U_B$  feszültségek effektív értéke és fázisa egyforma legyen, tehát teljesüljön a harmonikus rezgések keltésének feltétele! Határozzák meg a  $p$  arányt és a generált harmonikus rezgés  $f$  frekvenciáját!

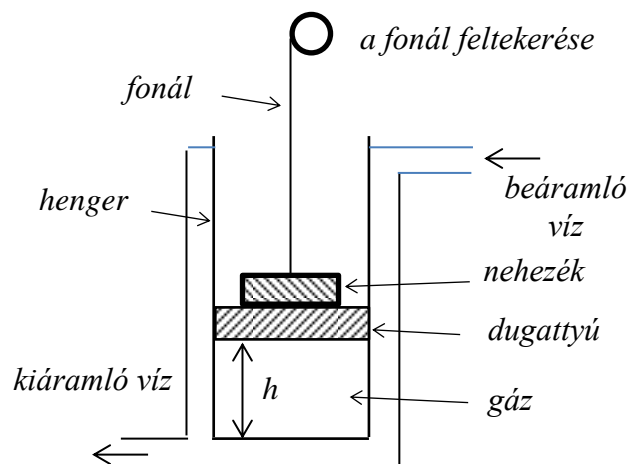
*Megjegyzés: ismerkedjenek meg a váltakozó áramú áramkörök komplex mennyiségekkel (fazorokkal) való leírásával és megoldásával. A feladatot oldják meg ennek a módszernek a használatával!*

#### 4. A körfolyamat

A függőleges hengerben levő nitrogén gázt ( $N_2$ )  $S$  keresztmetszetű és  $m_1$  tömegű dugattyú zárja a hengerbe. A dugattyúra egy  $m_2$  tömegű, függőleges fonálra erősített nehezéket helyeztek. A hővezető anyagból készült hengert víz folyja körül (lásd a B-3 ábrát).

A víz, hőmérsékletétől függően melegíti vagy hűti a hengerben levő gázt.

A folyamat elején a gáz hőmérséklete  $t_1$ , a gázoszlop magassága a hengerben  $h_1$ , és a fonálban ható erő nagysága nulla. Első lépésben a víz hőmérséklete  $t_2 > t_1$  értékre nő. A hengerben lévő gáz hőmérséklete is fokozatosan  $t_2$ -re nő, ennek következtében a hengert záró dugattyú fokozatosan  $h_2$  magasságba emelkedik – a rajta levő nehezékekkel együtt. Ezután a fonál segítségével lassan emelni kezdik a nehezéket, amíg el nem válik a dugattyútól – ekkor a hengerbe zárt gáz hőmérséklete nem változik, a dugattyú a  $h_3$  maximális magasságba emelkedik. Második lépésben a víz hőmérséklete  $t_1$ -re csökken, a henger és a benne levő gáz hűlni kezd. A dugattyú süllyed, miközben a nehezék változatlanul a maximális magasságában lóg. Amikor a gáz hőmérséklete állandósul a  $t_1$  értéken, és a dugattyú megállapodik a  $h_4$  magasságban, a fonál lassan kezd letekeredni, amíg a fonalat feszítő erő nagysága nullára nem csökken. A nehezék leeresztése közben a gáz hőmérséklete ( $t_1$ ) nem változik.



B-3 ábra

- Írják le a dugattyú mozgásának egyes fázisait, valamint a gáz termodinamikai állapotváltozásait!
- Határozzák meg a  $h_2$  magasságot, ahol megáll a dugattyú, miután a gáz hőmérséklete állandósul a  $t_2$  értéken! Határozzák meg a  $h_3$  magasságot, amelyen elválik a nehezék a dugattyútól, valamint a  $h_4$  magasságot, amelyen megáll a dugattyú, miután a víz hőmérséklete a  $t_1$  hőmérsékleten állandósult!

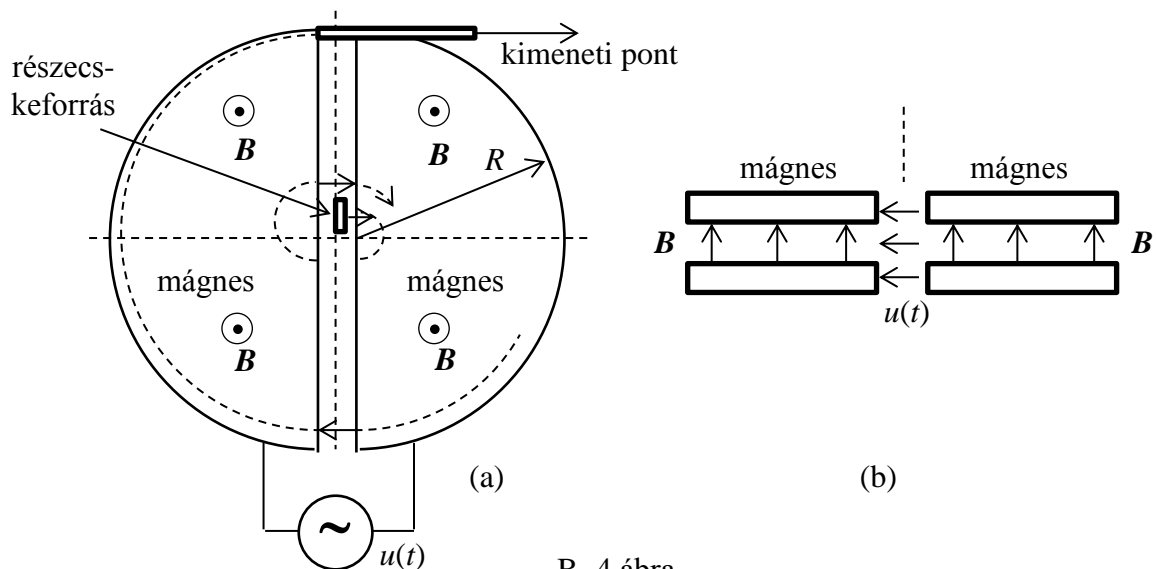
- c) Szerkesszék meg (a teljes körfolyamatra) a gáz  $p$  nyomásának grafikonját a dugattyú  $h$  magasságának függvényeként, valamint a gáz  $t$  hőmérsékletének grafikonját a dugattyú  $h$  magasságának függvényeként!
- d) Határozzák meg mennyi  $Q$  hőt adott le a  $t_2$  hőmérsékletű víz a gáznak! Határozzák meg a gáz által a teljes körfolyamat alatt végzett  $W$  munka nagyságát!

A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre:  $h_1 = 20,0$  cm,  $t_1 = 15,0$  °C,  $t_2 = 90,0$  °C,  $p_0 = 101$  kPa,  $S = 25,0$  cm<sup>2</sup>,  $m_1 = 200$  g,  $m_2 = 5,20$  kg,  $g = 9,81$  m · s<sup>-2</sup> .

A gáztól tételezzék fel, hogy ideális gáz; a dugattyú által elvezetett hő, valamint a mozgásakor fellépő súrlódás elhanyagolhatóan kicsi! Tételezzék fel (a folyamat minden fázisában) , hogy a víz és a hengerben levő gáz termodinamikai egyensúlyban van!

## 5. A ciklotron

A ciklotron részecskegyorsító, amely töltött részecskéket gyorsít. A gyorsítás a két D alakú mágnes (duáns) közti résben történik. A réssel elválasztott  $R$  sugarú két duáns közti elektromos feszültség  $u(t)$ . A B-4 (b) ábrán oldalnézetből a duáns mágnesek pólusai közti tér látható, amelyben  $B$  indukciójú homogén mágneses tér van. A duánsok közepéhez közel található a részecskeforrás (lásd B-4 (a) ábra), a mi esetünkben He<sup>2+</sup>, hélium ionokat (alfarészecskéket) bocsájt ki. Az ionok merőlegesen a mágneses indukcióvonalakra, a duánsok síkjában mozognak. Akkor, amikor az ionok áthaladnak a két duánst egymástól elválasztó résen (B-4(a) ábra), a két duáns közti  $U$  elektromos feszültség (elektromos tér) felgyorsítja az ionokat. A részecskék kívánt energiája elérése érdekében a részecskéket ismételtelen gyorsítják, visszairányítva őket a gyorsító részbe. Ahhoz, hogy a részecske gyorsítva legyen, a duánsok közti  $u(t)$  feszültség polaritásának meg kell változnia, mire a részecske újra a résbe ér (két egymást követő átmenet közt). Ezt azzal érik el, hogy az áramforrás  $u(t)$  feszültsége váltakozó, és  $f$  frekvenciája megfelelően van megválasztva (ciklotron-frekvencia). A részecske fokozatosan közelíti a duáns körívek szélét, amíg el nem éri a kimeneti pontot.



B-4 ábra

- a) Írják le tömören az ion mozgását a ciklotronban!
- b) Határozzák meg az  $u(t)$  feszültség  $f$  frekvenciáját, hogy a részecske a duánsok közti átmenetkor mindig gyorsítva legyen!
- c) Határozzák meg mekkora  $v_m$  sebességgel hagyja el a ciklotront az alfarészecske!

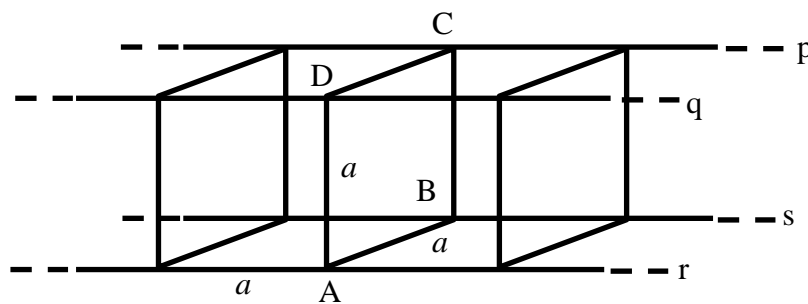
d) Mennyi idő ( $T$ ) alatt lép ki a részecske a gyorsítóból (a belépésétől számítva), és hányszor kerüli meg a ciklotron függőleges tengelyét?

A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekkel:  $B = 1.0 \text{ T}$ ,  $R = 50 \text{ cm}$ ,  $U = 50 \text{ kV}$ , a héliumion relatív atomtömege  $A_r = 4$ , az atomáris tömegegység  $u = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ! A többi állandót keressék ki a fizikai táblázatokban!

A gyorsító résről és a részecskék kezdeti energiájáról tételezzék fel, hogy elhanyagolhatóan kicsik!

## 6. Végtelen ellenállás-hálózat

A B-5 ábrán egy végtelen ellenállás-hálózat látható. Négy hosszú, párhuzamos vezető (p, q, r, s) szabályos távolságokban  $a = 30 \text{ mm}$  oldalhosszúságú négyzet alakú hurkokkal vannak összekötve. A hurkok közti távolság szintén  $a$ . A vezetők egységnyi hosszra eső elektromos ellenállása azonos,  $r = 2,0 \Omega \cdot \text{m}^{-1}$ .



B-5 ábra

Határozzák meg az A és C csomópontok közti ellenállást!

*Megjegyzés: a feladatot a csomóponti potenciálok módszerével ajánljuk megoldani úgy, hogy az A és C pontokhoz áramforrást csatlakoztatunk.*

## 7. Az elektromos ellenállás hőmérsékletfüggésének mérése – kísérleti feladat (EXP)

Az elektromos alkatrészek ellenállásának hőmérsékletfüggése sok alkalmazásban kap szerepet. A fémekben az  $R = f(t)$  ellenállás hőmérsékletfüggése széles hőmérséklettartományban a következő lineáris függvénnyel írható le

$$R = R_0[1 - \alpha(t - t_0)]. \quad (1)$$

### 1. feladat

Határozzák meg az izzólámpa izzószálának  $R/R_0$  arányát, ahol  $R_0$  az izzószál elektromos ellenállása  $t_0 \approx 20 \text{ °C}$  szobahőmérsékleten, és  $R$  az izzószál elektromos ellenállása  $t$  üzemi hőmérsékleten! Az  $R_0$  elektromos ellenállást mérjék meg multiméterrel (az ellenállást mérő üzemmód kiválasztásával). Az  $R$  ellenállást az izzólámpán feltüntetett  $U_n$  névleges feszültség és  $P_n$  névleges teljesítmény értékeiből határozzák meg! A méréshez egy  $U_n = 12 \text{ V}$  névleges feszültségű gépkocsi izzót használjanak!

a) Határozzák meg, a mért értékekből, mekkora  $I_0$  erősségű áram folyik az izzószálban közvetlenül az áramforráshoz csatlakoztatása után, valamint az áram  $I_n$  névleges erősségét  $U_n$  névleges feszültségnél!

*Megjegyzés: az áramkör zárásakor (csatlakoztatáskor) jelentős ugrás jelentkezhet az áram*

*erősségében, amely régebbi izzók esetében az izzószál sérüléséhez, szakadásához vezethet. Az izzószál ún. kiégése általában az áramkör zárásakor következik be!*

- b) Határozzák meg a mért értékekből az izzószál üzemi hőmérsékletét, ha az izzószál hőmérsékleti együtthatója  $\alpha = 4,5 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ !
- c) Határozzák meg az izzószál sugárzásának  $\lambda_m$  hullámhosszát, ha az izzószálról feltételezzük, hogy abszolút fekete test!  
Mérleljék, miért nem gazdaságos az izzószál, mint világítótest!

## 2. feladat

Hogy megakadályozzák az elektromos áram ugrásszerű növekedését, főleg drágább berendezések bekapcsolásakor (pl. vákuumos képernyőknél), az izzószállal sorosan kapcsolnak egy félvezető termisztort, amely elektromos ellenállása a hőmérséklettel csökken

$$R = R_0 \exp \left\{ A \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right\}, \quad (2)$$

ahol  $A$  állandó és  $T$  a termodinamikai hőmérséklet.

- a) Határozzák meg multiméterrel a termisztor ellenállását különböző hőmérsékleteken a 20 °C-tól 100 °C-ig terjedő hőmérséklet tartományban – a mért értékeket írják táblázatba! A hőmérsékletváltozást a termisztor vízbe merítésével, és a víz lassú melegítésével hozzák létre! *Megjegyzés: a termisztor csatlakozásait elektromosan szigetelni kell, hogy a víz ne vezethesse az áramot a termisztor csatlakoztatásai között!*
- b) Szerkesszenek grafikont a mért adatokból, úgy, hogy a grafikon tengelyein olyan mennyiségeket tüntetnek fel, amelyekre a (2) függvény grafikonja egyenes! Szerkesszék meg a grafikon pontjain át vezető regressziós egyenest, és határozzák meg az  $A$  állandó értékét!  
*Megjegyzés: A méréshez NTC (NTC – negative temperature coefficient) típusú termisztort használjanak, pl. a TME cég által kínált termisztort, lásd <http://www.tme.eu/sk/details/b57236s0800m/ochranne-termistory-ntc/epcos/>, amelynek ára nagyjából 1 €.*
- c) Magyarázzák meg, hogyan védi a termisztor a berendezést a kezdeti áramugrástól! Milyen szerepet játszik a termisztor a berendezés működésében?