57. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2015/2016
Kategória C – domáce kolo
Riešenie úloh

1. *Loptička na schodoch*

Riešenie:

a) Doba voľného pádu $t_{11} = \sqrt{\dfrac{2h_{01}}{g}}$ a doba výstupu $t_{12} = \sqrt{\dfrac{2h_1}{g}}$.

$$t_1 = t_{11} + t_{12} = \sqrt{\frac{2h_{01}}{g}} + \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2h_{01}}{g}}\,(1+\sqrt{p_1}),$$

pre dané hodnoty $t_1 \approx 0{,}86$ s. 1b

Ak označíme $p_1 = h_1/h_{01} = 0{,}80$, je výška po n–tom odraze $h_n = (p_1)^n\, h_{01} = p\, h_{01}$, odkiaľ máme $p = (p_1)^n$ a teda

$$n = \frac{\ln p}{\ln p_1}$$, pre dané hodnoty $n \approx 10$. 1b

Po n–tom odraze dosiahne loptička výšku $h_n = (p_1)^n\, h_{01}$. Čas letu

$$t_n = 2\sqrt{\frac{2h_n}{g}} = 2\sqrt{\frac{2h_{01}}{g}\,p_1^n}$$. Pre dané hodnoty veličín $t_n \approx 0{,}30$ s. 1b

b) Pri pravidelnom skákaní sa loptička odrazí od prvého schodu do výšky $p_1(h_{02}+a)$, ktorá musí byť rovná výške h_{02}

$$p_1(h_{02} + a) = h_{02}$$, odkiaľ máme $h_{02} = \dfrac{p_1 a}{1-p_1}$,

pre dané hodnoty $h_{02} \approx 60$ cm. 2b

c) Loptička stúpa po odraze od schodu do výšky h_{02} a potom padá do hĺbky $h_{02} + a$. Potrebný čas

$$T = \sqrt{\frac{2h_{02}}{g}} + \sqrt{\frac{2(h_{02}+a)}{g}} = \sqrt{\frac{2a}{g(1-p_1)}}\,\left(\sqrt{p_1}+1\right),$$

pre dané hodnoty $T \approx 0{,}74$ s. 2b

Za tento čas musí loptička prekonať vo vodorovnom smere dĺžku schodu

$$v_0 = \frac{b}{T}$$, pre dané hodnoty $v_0 \approx 34\ \mathrm{cm\cdot s^{-1}}$. 1b

d) Pre začiatočnú výšku h_{02} vystúpi loptička nad prvý schod do výšky $h_{12} = p_1\,(h_{02} + a)$. Rozdiel výšky $h_{12} - h_{02} = p_1 a - h_{02}\,(1-p_1)$.

Pre $h_{02} < \dfrac{p_1 a}{1-p_1}$ je $h_{12} - h_{02} > 0$, 0,5b pre $h_{02} > \dfrac{p_1 a}{1-p_1}$ je $h_{12} - h_{02} < 0$. 0,5b

Ak je h_{02} menšie ako v prípade pravidelného pohybu, má výška po odraze tendenciu narastať, pre h_{02} väčšie ako v prípade pravidelného pohybu má výška po odraze tendenciu klesať. Dej sa preto stabilizuje smerom k pravidelnému pohybu. *Vzhľadom na zmenený čas T po niekoľkých odrazoch loptičky však môže loptička dopadnúť na nesprávny schod.*

1b

2. *Hmotnosť Mliečnej dráhy*

Riešenie:

a) Jednotka 1 yr – tropický rok, zodpovedá strednej dobe medzi dvomi po sebe nasledujúcimi prechodmi Slnka jarným bodom a trvá 365,24219 dňa (podľa súčasného gregoriánskeho kalendára). V sústave SI je definovaná dĺžka dňa 24×3 600 s = 86 400 s.

1 yr = 365,24219×86 400 s = $3{,}1557\times10^7$ s.

Pozn. V astronómii sa používa dĺžka roka 365,25 dňa podľa juliánskeho kalendára.

Jednotka 1 ly (light year – svetelný rok) je vzdialenosť, ktorú prejde svetlo vo vákuu za jeden rok. Rýchlosť šírenia svetla v sústave SI je definovaná c = 299 792 458 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

1 ly = (299 792 458 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$)×($3{,}1557\times10^7$ s) ≈ $9{,}4605\times10^{15}$ m. 1b

b) Po „Veľkom tresku“ expandovala hmota vo forme žiarenia a látkových častíc, prevažne vodíka a hélia. V dôsledku nehomogenity expandujúceho plynu sa začali gravitáciou vytvárať obrovské oblaky plynu, protogalaxie, ktoré sa postupne zhlukovali okolo gravitačných centier do priestorovo ohraničených útvarov – galaxií. Vzhľadom na miernu anizotropiu plynu mala protogalaxia určitý moment hybnosti, pričom pri obrovských rozmeroch nebola rotácia badateľná. Pri gravitačnom zmršťovaní sa moment hybnosti zachováva. Ak uvážime vzťah pre moment hybnosti $L = I\,\omega$, kde $I \sim m\,r^2$, pri zmenšovaní polomeru plynového oblaku sa kvadraticky zmenšuje moment zotrvačnosti I, a preto rastie uhlová rýchlosť ω. Pri rotácii protogalaxie pôsobí kolmo na os rotácie zotrvačná sila, ktorá bráni gravitačnému zmršťovaniu, zatiaľ čo v smere osi gravitačnému pôsobeniu nebráni žiadna sila. Gravitačný kolaps v smere osi rotácie je preto rýchlejší ako v rovníkovej rovine kolmej na os. Tak sa vytvára diskový tvar Galaxie. V dôsledku zložitej dynamiky kolapsu vznikajú v disku špirálové ramená, ako to vidno na obr. C–3.

3b

c) Ak uvážime, že podstatná časť hmotnosti Galaxie je sústredená v jej jadre, možno približne predpokladať, že na Slnečnú sústavu pôsobí centrálne gravitačné pole s intenzitou $E = G\,M/r^2$, kde G je gravitačná konštanta, M hmotnosť Galaxie. Pri pohybe Slnečnej sústavy po kružnicovej trajektórii okolo osi Galaxie je gravitačná sila v rovnováhe so zotrvačnou silou

$$G\frac{M\,m}{r^2} = m\,\frac{4\pi^2}{T^2}\,r\,,$$

odkiaľ máme

$$M = r^3\,\frac{4\pi^2}{G\,T^2}\,.$$

Pre hodnoty r = 26 kly, T = 220 Myr a hmotnosti Slnka $M_S \approx 2{,}0\times10^{30}$ kg máme odhad hmotnosti Galaxie

$M \approx 1{,}83\times10^{41}$ kg $\approx 9{,}2\times10^{10}$ M_S, tzn. približne 100 mld hmotností Slnka. 2b

d) Obvodová rýchlosť Slnečnej sústavy okolo osi Galaxie

$v_1 = (2\pi/T)\, r$. Pre dané hodnoty $v_1 \approx 223$ km·s^{-1}. 2b

Ak získa objekt únikovú rýchlosť, prekoná gravitáciu centrálneho telesa a unikne z Galaxie. Ak použijeme na odhad približnú predstavu centrálneho telesa s hmotnosťou M, musí byť kinetická energia rovná najmenej potenciálnej energii v gravitačnom poli centrálneho telesa

$$\frac{1}{2} m v_2^2 = G \frac{M m}{r}.$$

Odtiaľ máme

$v_2 = \sqrt{2G \dfrac{M}{r}}$, pre dané hodnoty $v_2 \approx 315$ km·s^{-1}. 2b

Podstatne vyššia udávaná hodnota 550 km·s^{-1} súvisí s tým, že Galaxia je obklopená korónou, v ktorej sa nachádza približne 90 % hmotnosti Galaxie a pri úniku je potrebné prekonať aj jej gravitáciu. Tzn., že model, ktorý sme použili na riešenie úlohy nezodpovedá skutočnému rozloženiu hmotnosti Galaxie.

Pozn.: V bodovom hodnotení žiackych riešení, vzhľadom na približné hodnoty veličín, odporúčame prideliť plnú hodnotu bodov aj v prípade, že výsledky sa budú odlišovať od vzorového riešenia v tretej číslici výsledku.

3. *Rezistory*

Riešenie:

Ak sústavou rezistorov prechádza prúd I, napätie medzi bodmi A a B je dané vzťahom

$$U_{AB} = I\, R_{AB}, \qquad (1)$$

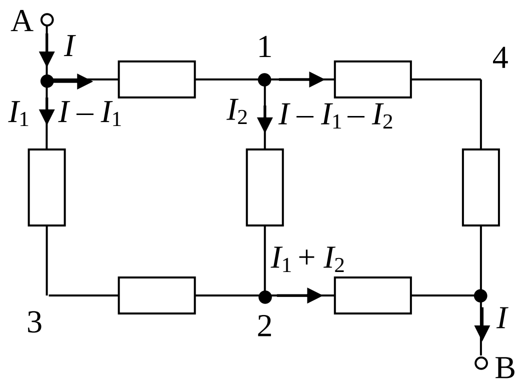
kde R_{AB} je hľadaný odpor sústavy.

Toto napätie môžeme vyjadriť aj v tvare

$$U_{AB} = U_{A1} + U_{1B} = R(I - I_1) + 2R(I - I_1 - I_2) = 3RI - 3RI_1 - 2RI_2. \quad (2)$$

Porovnaním pravých strán výrazov (1) a (2) dostaneme

$$I\, R_{AB} = R(3I - 3I_1 - 2I_2). \qquad (3)$$



Pre napätie medzi bodmi A a 2 platí

$$U_{A2} = U_{A3} + U_{32} = U_{A1} + U_{12}.$$

Jednotlivé napätia vyjadríme pomocou Ohmovho zákona

$2RI_1 = R(I - I_1) + RI_2$, z toho máme

$$3I_1 - I_2 = I . \qquad (4)$$

Analogicky pre napätie medzi bodmi 1 a B platí

$$U_{1B} = U_{12} + U_{2B} = U_{14} + U_{4B} .$$

$RI_2 + R(I_1 + I_2) = 2R(I - I_1 - I_2)$, z toho máme

$$3I_1 + 4I_2 = 2I . \qquad (5)$$

Z rovníc (4) a (5) vyjadríme $I_1 = \frac{2}{5} I$, $I_2 = \frac{1}{5} I$.

Po dosadení do rovnice (3) určíme hľadaný odpor $R_{AB} = \frac{7}{5} R$,

pre dané hodnoty $R_{Ab} \approx 14\ \Omega$. 5b

$$I_2 = \frac{1}{7}\frac{U}{R},$$

pre dané hodnoty $I_2 \approx 0{,}17$ A. 5b

4. *Ohrev vody v bazéne*

Riešenie:

Použité tabuľkové hodnoty: doba jedného roku T_{rok} = (365,24×24,0×3600) s, polomer Zeme $R_Z = 6{,}38\times10^6$ m polomer Zeme, $\rho = 1{,}00\times10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ hustota vody, $c = 4{,}18\times10^3\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, zemepisná šírka Bratislavy φ_B = 48° 08′ 38″ s. š. a obratníku raka φ_R = 23° 27′ 16″.

a) Priemerný výkon na jedného obyvateľa Zeme

$P_1 = \frac{E_1}{T_{rok}\, N_{obyv}}$. Pre dané hodnoty $P_1 \approx 2{,}3$ kW. 1b

b) Do atmosféry Zeme dopadá slnečné žiarenie s výkonom

$$P_{celk} = k\, \pi R_Z^2 .$$

Z toho časť $a\, P_{celk}$ sa pohltí v atmosfére. Energia žiarenia pohltená za rok

$$E_2 = a\, k\, \pi R_Z^2\, T_{rok}$$

a hľadaný pomer

$p_1 = \frac{E_1}{a\, k\, \pi R_Z^2\, T_{rok}}$. Pre dané hodnoty $p_1 \approx 5{,}08\times10^{-4}$ (≈ 0,51 $^{o}/_{oo}$). 2b

Pozn.: promile, značka $^{o}/_{oo}$, je jedna tisícina (1 $^{o}/_{oo}$ = 1/1000).

c) Teplo prijaté vodou v bazéne

$Q = P_2\, \tau = \rho\, S\, h\, c\, (t_2 - t_1)$, a teda $\tau = \frac{\rho\, S\, h\, c\, (t_2 - t_1)}{P_2}$. 2b

Pre dané hodnoty $\tau \approx 2{,}19\times10^4$ s = 6 h 6 min.

d) Na prvý letný deň okolo obeda je uhol dopadu slnečného žiarenia na hladinu $\alpha = \varphi_B - \varphi_R$, kde φ_R je zemepisná šírka obratníku raka (Slnko je nad obratníkom) a φ_B zemepisná šírka Bratislavy.

Odtiaľ α = 48° 08′ – 23° 27′ = 24° 41′ = 24,7°. 1b

e) Pri šikmom dopade na hladinu je výkon žiarenia pohlteného vodou
$P_3 = I\,S\cos\alpha = k\left(1-r-a\right)\left(1-r_V\right)S\cos\alpha$. Pre dané hodnoty $P_3 \approx 5{,}56$ kW.
Hľadaný pomer
$$p_2 = \frac{P_3}{P_2} = \frac{k\left(1-r-a\right)\left(1-r_V\right)S\cos\alpha}{P_2}.$$ Pre dané hodnoty $p_2 \approx 0{,}463$ (≈ 46 %). 2b

Prírastok teploty
$$\Delta t = \frac{P_3\,T_{hod}}{\rho V c}.$$ Pre dané hodnoty $\Delta t \approx 0{,}53$ °C. 2b

5. *Tlak v pneumatikách*

Riešenie:

a) Objem V_0 vzduchu v nezaťažených pneumatikách, ak vychádzame z tvaru pneumatík podľa obr. C–5, je rozdiel objemu valcov
$$V_0 = \pi\left(\frac{d}{2}+h\right)^2 s - \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 s = \pi\left(d+h\right)h\,s = \pi\,d_s\,\eta\,s^2,$$ 1b
kde $d_s = d + h$ je stredná priemer dutiny pneumatiky.
Prevod 1 palec = 2,54 cm, tzn. d = 15 palcov = 381 mm
Pre dané hodnoty $V_0 \approx 0{,}0357\ \mathrm{m^3}$ = 35,7 litra.
Tlak vzduchu v pneumatike je $p = p_0 + p_a$ (kontrolný tlakomer meria rozdiel tlaku v pneumatike a atmosférického tlaku − „pretlak“). Počet molekúl vzduchu v pneumatike
$$N = n\,N_A = \frac{p\,V_0}{R\,T}N_A = \frac{\left(p_0+p_a\right)\pi\,d_s\,\eta\,s^2}{R\,T}N_A.$$
Pre dané hodnoty $N \approx 2{,}86\times10^{24}$. 2b

b) V dôsledku váhy automobilu sa pneumatika pri kontakte s vozovkou deformuje a vytvorí sa kontaktná plôška s obsahom S, obr. C–5 (b). Podľa Pascalovho zákona na celej plôške je rovnaký tlak p a teda tlaková sila $F = p_0\,S$ je v rovnováhe s tiažovou silou ¼ $M\,g$. Odtiaľ máme
$$S = \frac{M\,g}{4\,p_0}.$$ Pre dané hodnoty $S \approx 1{,}90\ \mathrm{dm^2}$. 1b

Ak označíme a dĺžku stopy pneumatiky, obr. C–5, potom $a = S / s$. Namiesto oblúka sa uplatní sečnica, ktorá je kratšia. Ak označíme 2α stredový uhol podľa obr. C–5 (b), dĺžka oblúka $o = (D/2)\,2\alpha = D\alpha$ a dĺžka sečnice $a = 2\,(D/2)\sin\alpha = D\sin\alpha$.
$$\sin\alpha = \frac{a}{D} = \frac{S}{s\,(d+2h)}.$$ Pre dané hodnoty $\sin\alpha \approx 0{,}1584$ a odtiaľ $\alpha \approx 0{,}1591$ rad.

Relatívne skrátenie obvodu pneumatiky oproti ideálnej kružnici s obvodom πD
$$q = \frac{D\sin\alpha - D\alpha}{\pi D} = \frac{1}{\pi}\left(\sin\alpha - \alpha\right) \approx -\frac{\alpha^3}{6\pi}.$$
Pre dané hodnoty veličín $q \approx -2{,}1\times10^{-4} = -0{,}021$ %. 2b

Údaj tachometra je odvodený od otáčok kolies. Ak dôjde s skráteniu obvodu, zvýši sa počet otáčok na danej dráhe, a tak tachometer ukáže o 0,021 % vyššiu rýchlosť v porovnaní s prípadom, keď by bol obvod pneumatiky dokonalá kružnica. Ak bude v pneumatikách pretlak $p_0' = 140$ kPa, bude kontaktná plôška $S' \approx 2{,}98\ \mathrm{dm^2}$ a

$\sin\alpha' \approx 0{,}2485$. Rovnakým postupom máme odchýlku údaja tachometra $q' \approx 8{,}4\times10^{-4} = 0{,}084\ \%$. 1b

Z výsledku vidno, že tlak v pneumatikách má na údaj tachometra zanedbateľný vplyv.

c) Pokles vozidla $\delta = (D/2)\,(1-\cos\alpha)$. Na pokles o $h/2$ treba dosiahnuť uhol α, pre ktorý platí $\cos\alpha = 1-\dfrac{h}{D} = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\left(\dfrac{a}{D}\right)^2} = \sqrt{1-\left(\dfrac{M\,g}{4\,p_{01}\,s\,D}\right)^2}$.

Po úprave máme pretlak

$$p_{01} = \frac{M\,g}{4\,s\left(d+2\eta s\right)\sqrt{1-\left(1-\dfrac{\eta s}{d+2\eta s}\right)^2}}$$

. Pre dané hodnoty $p_{01} \approx 59{,}3$ kPa. 2b

d) Keďže objem pneumatiky sa nezmení, pretlak je

$p_{02} = \left(p_{01}+p_{\mathrm{a}}\right)\dfrac{T_1}{T_0} - p_{\mathrm{a}}$. Pre dané hodnoty $p_{02} \approx 268$ kPa. 1b

6. *Vytrhnutie obrusu spod fľaše*

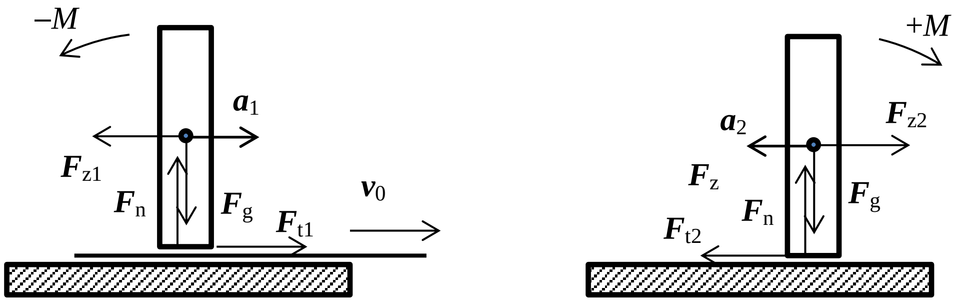
Riešenie:

a) Označme smer otáčania (naklonenia) valca v smere pohybu hodinových ručičiek „kladný“, opačný smer otáčania „záporný“.

Na valec pôsobí v zvislom smere tiažová sila $\boldsymbol{F}_{\mathrm{g}}$, ktorá je v rovnováhe s tlakovou silou podložky $\boldsymbol{F}_{\mathrm{N}}$, pričom $F_{\mathrm{g}} = F_{\mathrm{N}}$.

Ak obrus s valcom uvedieme do pohybu v smere osi $+x$, obr. RC−1 (a), pôsobí na podstavu valca trecia sila $\boldsymbol{F}_{\mathrm{t1}}$ s veľkosťou $F_{\mathrm{t1}} = f_1\,F_{\mathrm{N}}$, ktorá mu udelí zrýchlenie $\boldsymbol{a}_1$ vzhľadom na stôl, pričom $a_1 = f_1\,g$. Rýchlosť valca sa zväčšuje zo začiatočnej nulovej hodnoty a vzhľadom na obrus, ktorý sa pohybuje od začiatku rýchlosťou $\boldsymbol{v}_0$, sa valec pohybuje smerom k ľavému okraju (šmýka sa na obruse). Vzhľadom na valec pôsobí v ťažisku zotrvačná sila $\boldsymbol{F}_{\mathrm{z1}} = -m\boldsymbol{a}_1$. Vzhľadom na ľavý okraj podstavy valca pôsobí na valec moment sily $M_1 = -F_{\mathrm{z1}}\,(h/2) + F_{\mathrm{g}}\,r$. Ak je $-M_1 > 0$, začne sa valec nakláňať dozadu vzhľadom na smer pohybu a môže sa prevrátiť.

Ak sa valec neprevráti a posunie sa až ku koncu obrusu, pričom dosiahne vzhľadom na stôl rýchlosť $v_1 < v_0$, zošmykne sa na povrch stola a pokračuje v kĺzavom spomalenom pohybe po stole v smere x.



(a) (b)

Obr. RC–1

Ak valec skĺzne z obrusu, šmýka sa po povrchu stola, obr. RC–1 (b). Na valec pôsobí sila trenia $\boldsymbol{F}_{t2}$ s veľkosťou $F_{t2} = f_2\, mg$, ktorá valcu udelí zrýchlenie $\boldsymbol{a}_2$ smerom nazad, pričom $a_2 = f_2\, g$. Rýchlosť valca sa tak zmenšuje. Vzhľadom na valec pôsobí v ťažisku valca zotrvačná sila $\boldsymbol{F}_{z2} = -m\, \boldsymbol{a}_2$. Vzhľadom na pravý okraj podstavy valca pôsobí na valec moment sily $M_2 = F_{z2}\,(h/2) - F_g\, r$. Ak je $M_2 > 0$, začne sa valec nakláňať dopredu a môže sa prevrátiť.

Ak sa valec neprevráti a zastane pred dosiahnutím konca stola, zostane na stole stáť.

3b

b) Podmienka kontaktu s podložkou na obruse

$$M_1 > 0\text{ , a teda } \frac{2\,r}{h} > f_1$$

a kontaktu so stolom

$$M_2 < 0\text{, a teda } \frac{2\,r}{h} > f_2\,.$$

Pre uvedené prípady:

i) $2r/h \approx 0{,}33$, na obruse je poloha stabilná, pri prechode na stôl sa valec nakloní dopredu a hrozí prevrátenie 1b

ii) $2r/h \approx 0{,}50$, na obruse aj po prechode na stôl je poloha stabilná bez naklonenia

1b

iii) $2r/h \approx 0{,}40$, valec sa nakloní pri šmýkaní na obruse a hrozí prevrátenie dozadu, pri šmýkaní na stole by bola poloha stabilná. 1b

c) Predpokladajme, že sú splnené podmienky, pri ktorých zostane valec na stole.

Na začiatku sa valec pohybuje rovnomerne zrýchleným pohybom so zrýchlením s veľkosťou $a_1 = f_1\, g$. Dráha x a rýchlosť vzhľadom na dosku stola

$$x = \frac{1}{2}\, a_1\, t^2 \qquad \text{a} \qquad v = a_1\, t\,.$$

Rýchlosť v_1 a dráha x_1 vzhľadom na dosku stola v okamihu zošmyknutia z obrusu majú veľkosť

$$v_1 = a_1\, t_1$$

$$x_1 = \frac{1}{2} a_1\, t_1^2 = \frac{v_1^2}{2 a_1} = v_0\, t_1 - \left(l - d\right) . \qquad (1)$$

Pre rýchlosť v okamihu zošmyknutia valca na dosku stola z (1) dostaneme rovnicu

$$v_1^2 - 2\, v_0\, v_1 + 2\left(l - d\right) a_1 = 0,$$

ktorej riešenie je

$$v_1 = v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2\left(l - d\right) a_1}$$

– fyzikálny zmysel má „–“, lebo $v_1 < v_0$. (2) 1b

Z (2) vyplýva: aby sa valec zošmykol z obrusu, musí byť splnená podmienka

$$v_0 > \sqrt{2\left(l - d\right) g\, f_1}\ . \qquad 1b$$

Po zošmyknutí na dosku stola pokračuje valec rovnomerne spomaleným pohybom s veľkosťou zrýchlenia $a_2 = f_2\, g$ so začiatočnou rýchlosťou $\boldsymbol{v}_1$. Pre spomalený úsek trajektórie valca pre rýchlosť a posunutie valca vzhľadom na dosku stola máme

$$v = v_1 - a_2\, t$$

$$x = v_1\, t - \frac{1}{2} a_2\, t^2 .$$

Pre dobu t_2 spomaleného pohybu až do zastavenia z týchto vzťahov vyplýva

$$0 = v_1 - a_2\, t_2$$

$$x_2 = v_1\, t_2 - \frac{1}{2} a_2\, t_2^2 = \frac{v_1^2}{2 a_2} . \qquad (3)$$

Celková dráha valca, ak nemá spadnúť zo stola, musí byť kratšia ako d

$$x_1 + x_2 < d ,$$

po dosadení za úseky dráhy z (1) a (3)

$$\frac{v_1^2}{2 a_1} + \frac{v_1^2}{2 a_2} < d ,$$

po dosadení za rýchlosť v_1 z výrazu (2) máme

$$\left(v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2\left(l - d\right) a_1}\right)^2 \frac{a_1 + a_2}{2 a_1\, a_2} < d . \qquad (4)$$

Úpravou (vyjadríme druhú mocninu) dostaneme

$$v_0^2 - \left(l - d\right) a_1 - \frac{d\, a_1\, a_2}{a_1 + a_2} < v_0 \sqrt{v_0^2 - 2\left(l - d\right) a_1} . \qquad (5)$$

Výraz (5) upravíme (v nerovnosti preskupíme členy, ktoré obsahujú v_0 na jednu stranu nerovnosti, ostatné na druhú stranu). Upravenú nerovnosť umocníme na druhú

$$v_0^2\left[\frac{2d\,a_1\,a_2}{a_1+a_2}\right] > \left[(l-d)\,a_1 + \frac{d\,a_1\,a_2}{a_1+a_2}\right]^2 . \qquad (6)$$

Zo (6) po dosadení za a_1 a a_2 a úprave pre rýchlosť v_0 dostaneme hľadanú podmienku, aby valec nespadol zo stola

$$v_0 > \frac{1}{2}\left[1+\left(\frac{l}{d}-1\right)\left(1+\frac{f_1}{f_2}\right)\right]\sqrt{\frac{f_1\,f_2}{f_1+f_2}}\,\sqrt{2\,d\,g}\,.$$

Pre dané hodnoty $v_{0\,\mathrm{min}} \approx 2{,}68\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. 2b

***Meranie viskozity vody** – experimentálna úloha*

Poznámky k riešeniu

1. Na dolnom konci otvorenej zvislej trubice je atmosférický tlak. V hĺbke h (na vstupe vodorovnej trubice) je preto stály tlak $p_1 = p_a + h\,\rho\,g$. Na výstupe otvorenej vodorovnej trubice je tlak $p_2 = p_a$. Rozdiel tlakov vo vzťahu (1) je $\Delta p = h\,\rho\,g$. Tento rozdiel tlakov trvá, kým hladina v nádobe neklesne na úroveň dolného konca zvislej trubice (kým idú z trubice bubliny).
2. Jednou z možností zmerať vnútorný polomer pomocou posuvného meradla (pomocou hrotov pre meranie vnútorných rozmerov) – presnosť však nie je príliš veľká, navyše otázna je presná valcovitosť vnútorného otvoru.
   Jednou z možností je odvážiť vysušenú čistú trubicu (dlhší kus), potom trubicu kúskom žuvačky alebo vosku upchať a naplniť vodou a opäť zvážiť na veľmi presných analytických váhach. Rozdiel hmotností zodpovedá vode v trubici a z nej možno určiť vnútorný polomer.
3. Výšku h nastavujeme tak, aby voda vytekala plynulo ale čo najpomalšie. Je potrebné zachovať podmienky laminárneho prúdenia a to je splnené tým lepšie, čím pomalšie voda v trubici prúdi. Z rovnakého dôvodu je lepšie voliť vodorovnú trubicu s malým vnútorným polomerom.

57. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy domáceho kola kategórie C*

Autori úloh:	Ľubomír Konrád (1 a 3), Ivo Čáp (2 a 7), Boris Lacsný (4, 5), Aba Teleki (5), Milan Grendel (6)
Recenzia a úprava:	Daniel Kluvanec, Ľubomír Mucha
Preklad textu do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Ivo Čáp
	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Vydal:	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2016