

57. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2015/2016
Katégoria C – domáce kolo
Text úloh

1. Loptička na schodoch

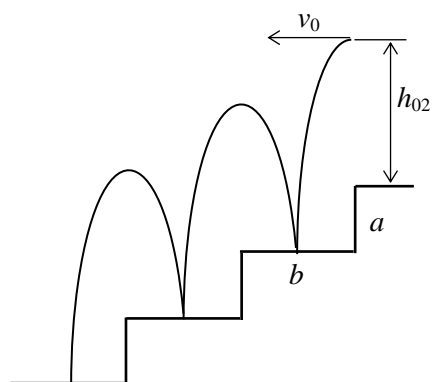
Pružná loptička voľne padá z pokoja z výšky $h_{01} = 1,0$ m na vodorovnú kamennú podlahu, odrazí sa do výšky $h_1 = p_1 h_{01}$, kde $p_1 = 0,80$, atď.

- a) Určte dobu t_1 od začiatku pohybu loptičky, za ktorú dosiahne výšku h_1 . Určte poradie n odrazu, po ktorom loptička vystúpi do výšky $h_m = p h_{01}$, kde $p = 0,10$.

Vypočítajte dobu Δt_n , ktorá uplynie od n -tého odrazu, kde $n = 10$, do nasledujúceho dopadu.

Nech loptička poskakuje po schodoch, ktorých výška $a = 15$ cm a dĺžka $b = 25$ cm, obr. C–1. Loptička dopadá na schody pravidelne a vždy do rovnakej vzdialenosti od päty schodu.

- b) Určte výšku h_{02} , z ktorej bolo potrebné loptičku vrhnúť vo vodorovnom smere, a veľkosť v_0 jej začiatočnej rýchlosti, aby tento stav nastal.
- c) Určte čas T medzi dvomi po sebe idúcimi odrazmi loptičky od schodov.
- d) Aký pohyb bude loptička na schodoch konať, ak bude začiatočná výška väčšia alebo menšia ako hodnota h_{02} určená v časti b) úlohy?



Obr. C–1

Predpokladajte, že pri čiastočne pružnom odraze sa vodorovná zložka rýchlosti pohybu loptičky nemení. Odpor vzduchu neuvažujte. Tiažové zrýchlenie $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

2. Hmotnosť Mliečnej dráhy

Naša Galaxia získala už v staroveku názov *Mliečna dráha* podľa bieleho pásu na nočnej oblohe (obr. C-2), ktorý pozostáva z obrovského počtu, rádovo 10^{11} hviezd. Ide o špirálovú galaxiu podobnú galaxii na obr. C-3. Viditeľná časť Galaxie



Obr. C-2

má tvar disku s priemerom (100 ÷ 120) kly (ly – light year: svetelný rok) a hrúbkou v smere osi približne 1 kly. Z astrofyziky poznáme, že vo vnútornej časti disku sa nachádza približne 10 % hmotnosti Galaxie. Zvyšok hmotnosti Galaxie je rozptýlený v koróne za vonkajším okrajom disku.



Obr. C-3

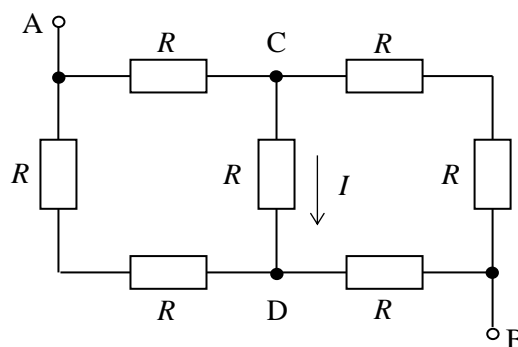
Naša Slnecná sústava sa nachádza v jednom špirálovom ramene disku vo vzdialenosti

$r = 26$ kly od osi disku. Prevažná časť hmotnosti disku je rozložená bližšie k osi než je poloha Slnecnej sústavy. Slnecná sústava rotuje okolo osi Galaxie s periódou približne $T = 220$ Myr (yr – year: rok).

- Vyjadrite jednotku dĺžky 1 ly pomocou jednotky 1 m a jednotku času 1 yr pomocou jednotky 1 s.
- Vysvetlite, prečo má Galaxia tvar disku.
- Pomocou uvedených údajov odhadnite hmotnosť Galaxie. Výsledok vyjadrite ako násobok hmotnosti Slnka.
- Určte orbitálnu rýchlosť v_1 pohybu Slnecnej sústavy okolo osi Galaxie a únikovú rýchlosť v_2 z orbitálnej trajektórie Slnecnej sústavy. Porovnajte hodnotu v_2 s udávanou hodnotou 550 km/s a vysvetlite rozdiel.

3. Rezistory

Na obr. C-4 je schéma zapojenia rezistorov, všetky majú rovnaký odpor $R = 10 \Omega$.



Obr. C-4

Určte odpor medzi svorkami A a B a prúd I prechádzajúci vetvou medzi uzlami C a D, ak k svorkám A a B pripojíme zdroj napätia $U = 12$ V s veľmi malým vnútorným odporom.

4. Ohrev vody v bazéne

Teplota zemského povrchu je daná rovnováhou medzi výkonom dopadajúceho slnečného žiarenia na Zem a výkonom žiarenia odrazeného a vyžiareného zo Zeme do vesmíru. Výkon slnečného žiarenia dopadajúceho na plochu s obsahom $1,00 \text{ m}^2$, kolmú na smer šírenia žiarenia na úrovni Zeme (v strednej vzdialenosti Zeme od Slnka), sa nazýva slnečná konštanta a má hodnotu $k = 1,36 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}$. Približne časť $r = 0,30$ dopadajúceho žiarenia zo Slnka sa od atmosféry odrazí do vesmíru, časť $a = 0,19$ sa pohltí v atmosfére, zvyšok prechádza až k povrchu Zeme.

- Celková energia uvoľnená z primárnych zdrojov na Zemi za jeden rok sa odhaduje na $E_1 = 530 \text{ EJ}$ (údaj za rok 2015*). Určte priemerný výkon P_1 uvoľňovaný z primárnych zdrojov na jedného obyvateľa Zeme (údaj o počte obyvateľov Zeme v roku 2015 je $N = 7,30$ miliárd).
- Určte pomer p_1 energie E_1 a energie E_2 žiarenia Slnka pohltenej atmosférou za rok.

Uvažujme záhradný bazén v Bratislave s obsahom hladiny $S = 9,0 \text{ m}^2$ a hĺbkou $h = 1,0 \text{ m}$.

- Do bazéna napustíme vodu s teplotou $t_1 = 18 \text{ }^\circ\text{C}$ a zapneme elektrický ohrievač vody s výkonom $P_2 = 12 \text{ kW}$. Za aký čas τ sa zvýši teplota vody v bazéne na hodnotu $t_2 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, ak sa neuvažujú tepelné straty do okolia a berieme do úvahy len elektrický ohrev vody?

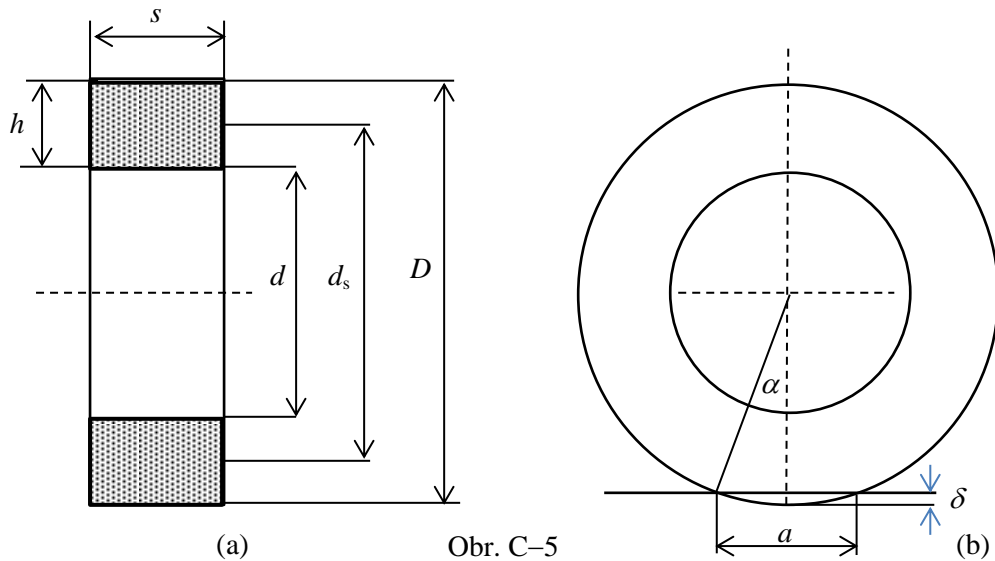
Prvý letný deň (21. jún) okolo obeda dopadalo na hladinu bazéna slnečné žiarenie. Pri dopade žiarenia na hladinu vody približne časť $r_V = 0,02$ výkonu dopadajúceho žiarenia sa od hladiny odrazí a zvyšok sa pohltí vo vode.

- Určte uhol α dopadu žiarenia na hladinu v uvedenom prípade, celkový výkon P_3 slnečného žiarenia pohltenej vodou a pomer $p_2 = P_3/P_2$.
- Aký je prírastok Δt teploty vody v bazéne za jednu hodinu okolo obeda spôsobený účinkom slnečného žiarenia?

Úlohu riešte najskôr všeobecne a potom pre dané hodnoty. Polomer Zeme $R_Z = 6,38 \times 10^6 \text{ m}$, hustota vody $\rho = 1,00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, hmotnostná tepelná kapacita vody $c = 4,18 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, zemepisná šírka Bratislavy $\varphi_B = 48^\circ 09' \text{ s. š.}$ a obratníku raka $\varphi_R = 23^\circ 27'$.

Pozn.: *Predpona E (exa) = 10^{18} . Do hodnoty E_1 sa započítavajú všetky energetické náklady z primárnych zdrojov na zabezpečenie činností ľudstva, najmä na priemyselnú a poľnohospodársku výrobu, kúrenie/chladenie, dopravu, výrobu potravín atď.

5. Tlak v pneumatikách



Obr. C-5

Automobil má hmotnosť $M = 1\,700$ kg a jeho tiaž je rovnomerne rozložená na všetky štyri pneumatiky. Ráno pred jazdou mal vzduch v pneumatikách teplotu okolia $t_0 = 17$ °C. Vodič odmeral tlak v pneumatikách $p_0 = 220$ kPa (pretlak voči vonkajšiemu atmosférickému tlaku). Na pneumatike sa nachádza údaj 195/60/R15, čo znamená, že šírka pneumatiky $s = 195$ mm, relatívna výška pneumatiky $\eta = h/s = 0,60$ a priemer disku $d = 15$ palcov, obr. C-5 (a)

- Určte objem V_0 vzduchu v nezaťaženej pneumatike. Predpokladajte, že kolmý prierez dutiny pneumatiky je obdĺžnik s dĺžkou strán s a h , obr. C-5. Určte počet N molekúl vzduchu v pneumatike pri tlaku p_0 a teplote t_0 .
- V dôsledku zaťaženia dosadá pneumatika na vozovku kontaktnou plochou S . Určte obsah tejto plochy a relatívne skrátenie q obvodu pneumatiky v dôsledku vytvorenia tejto plochy. Aká je relatívna chyba merania rýchlosti jazdy tachometrom v dôsledku relatívneho skrátenia q ? Aká bude táto chyba, ak pôjde vozidlo na podhustených pneumatikách s tlakom $p_0' = 140$ kPa? Predpokladajte, že objem pneumatiky sa v dôsledku jej zaťaženia nezmení a pri jazde pneumatika sa neprekľzáva.
- Keď treba niekedy prejsť tesne pod veľmi nízkym viaduktom (mostom), vodič vypustí časť vzduchu z pneumatík. Na akú hodnotu p_{01} treba znížiť pretlak v pneumatikách, aby vozidlo kleslo o $\delta = h/2$?
- Určte pretlak p_{02} v pneumatikách, ak v pneumatikách podľa a) časti úlohy sa vzduch počas jazdy zohreje na teplotu $t_1 = 60$ °C.

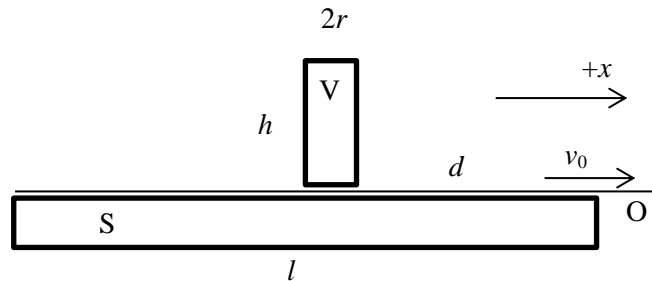
Úlohu riešte najskôr všeobecne a potom pre dané hodnoty: molárna hmotnosť vzduchu $M_m = 29 \times 10^{-3}$ kg/mol, normálny atmosférický tlak $p_a \approx 101$ kPa, Avogadrova konštanta $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ mol⁻¹, molárna plynová konštanta $R = 8,31$ J·mol⁻¹·K⁻¹.

Pozn. 1: Pre malé uhly α platí $\sin \alpha \approx \alpha - \alpha^3/6$.

Pozn. 2: Údaj tachometra je odvodený od otáčok kolesa na prednej náprave.

6. Vytrhnutie obrusu spod fľaše

Milan rád skúšal všelijaké neobvyklé kúsky, o ktorých počul alebo ktoré videl. Raz videl, ako čašník pri upratovaní strhol zo stola obrus, na ktorom bola fľaša, pričom fľaša zostala stáť na stole. Rozhodol sa, že to vyskúša a pokus vysvetlí pomocou poznatkov z fyziky.



Obr. C-6

Modelová situácia je znázornená na obr. C-6. Na doske stola S s dĺžkou l je obrus O, ktorého ľavý koniec leží na konci stola. Na stole na obruse stojí homogénny valec V s polomerom podstavy r a výškou h , pričom ťažisko valca sa nachádza vo vzdialenosti d od okraja stola, ku ktorému sa obrus pohybuje. Faktor trenia medzi valcom a obrusom je f_1 a medzi podstavou valca a povrchom stola f_2 .

Za obrus potiahneme tak, že rýchlosť v_0 pohybu obrusu je počas ťahu konštantná. Predpokladajte, že prechod obrusu z pokoja do rovnomerného pohybu s rýchlosťou v_0 je okamžitý. Najprv sa valec pohybuje po obruse v smere $-x$ vzhľadom na obrus, potom skĺzne na dosku stola. Ďalej predpokladajte, že pre $r \ll l$ doba prechodu z obrusu na dosku stola je veľmi malá a tento úsek pohybu v riešení neuvažujte.

- Opíšte pohyb valca od začiatku až po celkové stiahnutie obrusu zo stola. Aké podmienky musia byť splnené, aby sa valec počas stiahnutia obrusu nenaklonil, neprevrátil a po odstránení obrusu nespadol zo stola?
- Určte podmienku, aby podstava valca zostala počas pohybu celým obsahom v kontakte so stolom alebo obrusom. Pri splnení tejto podmienky sa valec určite neprevráti.

Pre nasledujúce situácie rozhodnite, či sa valec počas sťahovania obrusu nakloní a na ktorú stranu:

- $f_1 = 0,30, f_2 = 0,45, r = 2,0 \text{ cm}, h = 12 \text{ cm}$
 - $f_1 = 0,30, f_2 = 0,45, r = 2,5 \text{ cm}, h = 10 \text{ cm}$
 - $f_1 = 0,50, f_2 = 0,10, r = 2,0 \text{ cm}, h = 10 \text{ cm}.$
- c) Predpokladajte, že valec sa pri pohybe nenakloní a pohybuje sa iba posuvným pohybom po vodorovnej podložke. Určte rýchlosť v_0 pohybu obrusu, pri ktorej valec po vytiahnutí obrusu zostane stáť na stole. Úlohu c) riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $f_1 = 0,50, f_2 = 0,10, d = 1,0 \text{ m}, l = 1,5 \text{ m}, g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

7. Meranie viskozity vody – experimentálna úloha

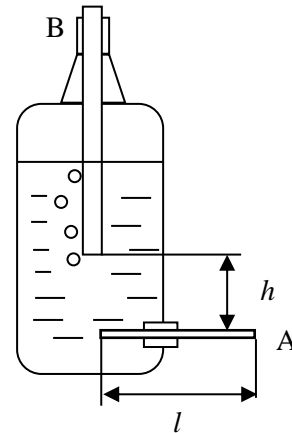
Viskozita je jednou z dôležitých vlastností kvapalín a predstavuje odpor voči tečeniu. Viskozitu možno merať rôznymi spôsobmi. Jeden z nich vychádza z prúdenia kvapaliny tenkou trubičkou. Objemový prietok kvapaliny trubičkou je priamo úmerný rozdielu tlaku na jej koncoch a vyjadruje ho Hagenov–Poiseuillov zákon

$$Q_V = \frac{S^2}{8\pi l \eta} \Delta p,$$

kde S je obsah vnútorného prierezu trubičky, l jej dĺžka, η dynamická viskozita kvapaliny a Δp tlakový rozdiel medzi začiatkom a koncom trubičky.

Úloha:

Zmerajte teplotnú závislosť viskozity vody prietokovou metódou.



Obr. C-5

Meracie zariadenie

Na meranie zhotovte zariadenie podľa obr. C-5. Do plastovej fľaše zaveďte cez utesnený horný otvor trubicu, ktorá siaha približne do polovice jej výšky. Pri dolnom okraji umiestnite vodorovnú sklenenú trubičku s vnútorným priemerom $4 \div 5$ mm a dĺžkou $10 \div 15$ mm. Otvor vo fľaši s trubičkou dôkladne utesnite, napr. plastelínou. Nádobu naplňte vodou a uzatvorte ju zátkou so zvislou trubicou. Z vodorovnej trubičky začne vytekať rovnomerne voda, ktorú zachytávajú do nádoby. Z objemu vody v nádobe a času vytekania určte objemový prietok $Q_V = V/t$ v trubičke. Meranie ukončite, keď sa hladina vo fľaši priblíži k dolnému koncu zvislej trubice.

- Zmerajte dĺžku l , obsah S vnútorného prierezu trubičky a výšku h dolného konca zvislej trubice od osi vodorovnej trubičky.

Pozn.: Pred meraním vnútro sklenenej trubičky dôkladne odmastite saponátom, vypláchnite destilovanou vodou a vysušte. Suchú trubičku odvážte na presných váhach, potom ju naplňte vodou a opäť odvážte. Z rozdielu hmotností, hustoty vody $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a dĺžky trubičky určte obsah S . Na meranie použite destilovanú vodu.

- Zostavte aparáturu, zmerajte teplotu vody vo fľaši a nechajte vodu vytekať trubičkou do pripravenej nádoby. Súčasne stopkami merajte čas vytekania vody. Po skončení určte objem vody v nádobe, napr. z rozdielu hmotnosti prázdnej nádoby a nádoby s vodou.
- Vysvetlite funkciu zvislej trubice a určte tlakový rozdiel Δp . Zdôvodnite, ako možno regulovať objemový prietok Q_V kvapaliny vo vodorovnej trubičke zmenou výšky h .

Pozn.: Poissellov zákon platí iba pre laminárne prúdenie. Výšku h treba nastaviť tak, aby bol tok vody v trubici plynulý ale dostatočne pomalý.

- Určte hodnotu η viskozity vody s danou teplotou. Meranie pre danú teplotu opakujte najmenej $3 \times$ a určte strednú hodnotu výsledku.
- Celé meranie opakujte najmenej pre 5 rôznych hodnôt teploty vody (v rozsahu od 15°C do 50°C). Zostrojte graf závislosti viskozity η vody od teploty.

Meranie môžete zopakovať aj s inou kvapalinou s väčšou viskozitou, napr. stolným olejom.