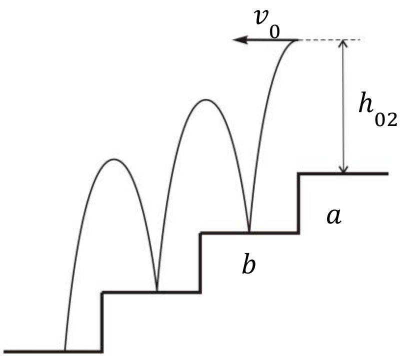
57. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2015/2016
Kategória C – domáce kolo
Text úloh

1. Pattogó labda a lépcsőn

A rugalmas labda nyugalomból, $h_{01} = 1{,}0\ \mathrm{m}$ magasságból esik a vízszintes kőpadlóra, és $h_1 = p_1 h_{01}$ magasságba pattan vissza ($p_1 = 0{,}80$), majd tovább pattog.

Határozzák meg, mennyi idő (t_1) telik el a mozgás kezdetétől addig a pillanatig, amíg a labda eléri a h_1 magasságot! Határozzák meg hányadik (n) elpattanás után éri el a labda a $h_n = p h_{01}$ magasságot, ahol $p = 0{,}10$!



C–1 ábra

a) Határozzák meg mennyi idő (Δt_n) telik el az n-ik ($n = 10$) elpattanástól addig a pillanatig, amikor újra kőpadlót érint a labda! A labda pattogjon egy lépcsősoron, ahol a lépcsők magassága $a = 15\ \mathrm{cm}$ és hossza $b = 25\ \mathrm{cm}$ (C–1 ábra). A labda szabályos időközönként esik a lépcsőkre, mindig ugyanabban a távolságban a lépcső szélétől.

b) Határozzák meg mekkora h_{02} magasságból kellett a labdát vízszintesen eldobni és mekkora v_0 sebességgel, hogy a leírt állapot beálljon!

c) Határozzák meg mennyi idő (T) telik el a labda két egymást követő elpattanása között a lépcsőkön!

d) Milyen mozgást fog végezni a labda a lépcsőkön, ha a labda kezdeti magassága nagyobb vagy kisebb lesz, mint a feladat b) részében meghatározott h_{02} érték?

Tételezzék fel, hogy a részlegesen rugalmas ütközéskor a mozgás sebességének vízszintes alkotója nem változik! A légellenállásról tételezzék fel, hogy elhanyagolhatóan kicsi! A nehézségi gyorsulás $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

2. A Tejútrendszer tömege


C-2 ábra


C-3 ábra

Galaxisunk, a Tejútrendszer, nevét a régi időkben szerezte: Tejút – halvány világos sáv az éjszakai égbolton (C–2 ábra). A Tejútrendszer rengeteg, nagyságrendileg 10^{11} csillagból áll. Hasonlít a C–3 ábrán látható spirálgalaxisra. A galaxis látható része diszkosz alakú, átmérője (100-120) kly (ly – light year, fényév), és vastagsága a forgástengely irányában körülbelül 1 kly. Az asztrofizikusok szerint, a diszkosz belső részében található a galaxis tömegének 10 %-a. A galaxis látható anyagának többi része a diszkosz korongjában van. A Naprendszerünk az egyik spirálkar része, $r = 26$ kly távolságban a galaxis forgástengelyétől. Az anyag jelentős része a forgástengelyhez közelebb található mint a Naprendszerünk. Naprendszerünk a Galaxis forgástengelye körül kering, keringési ideje közelítőleg $T = 220$ Myr (yr – year; év).

a) Fejezze ki az 1 ly hosszegységet az 1 m hosszegység segítségével, valamint az 1 yr időegységet az 1 s időegység segítségével!

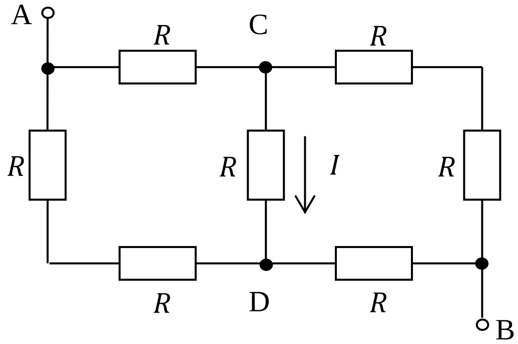
b) Magyarázza meg, miért diszkosz alakú a Galaxisunk!

c) Határozza meg a Tejútrendszer közelítőleges tömegét a megadott adatok felhasználásával! Az eredményt fejezze ki a Nap tömegének többszöröseként!

d) Határozza meg a Naprendszer v_1 sebességét, amellyel a Galaxis forgástengelye körül kering, és mekkora a v_2 szökési sebesség a Naprendszer orbitális pályájáról! Hasonlítsák össze v_2 értékét az általában megadott 550 km/s értékkel, valamint magyarázzák meg a különbséget!

3. Rezisztorok

A C–4 ábrán látható kapcsolási rajzon az összes rezisztor elektromos ellenállása $R = 10\ \Omega$.



C-4 ábra

Határozzák meg az A és B csatlakozási pontok közti elektromos ellenállást, valamint a C és D csomópontok közti ágban folyó I áramot, amennyiben az A és B csatlakozási pontokhoz $U = 12$ V feszültségű kis belső ellenállású áramforrást csatlakoztatunk!

4. A medence vizének melegítése

A Föld felszíni hőmérsékletét a Nap beeső sugárzása és a világűrbe visszavert illetve kisugárzott sugárzás közti egyensúly határozza meg. A Nap sugárzására merőleges $1{,}00\ \mathrm{m}^2$ nagyságú felületre eső napsugárzás teljesítményt (a Nap-Föld távolságban) *napállandónak* nevezzük, értéke $k = 1{,}36\ \mathrm{kW} \cdot \mathrm{m}^{-2}$. A napsugárzás $r = 0{,}30$ része visszaverődik a Föld légköréből a világűrbe, $a = 0{,}19$ része elnyelődik a Föld légkörében, a sugárzás többi része pedig eléri a Föld felszínét.

a) Az elsődleges energiaforrásokból egy év alatt felszabadított energia mennyiségét $E_1 = 530$ EJ nagyságúra becsülik (2015-ös évi adat*). Határozzák meg a Föld egy lakosára eső elsődleges energiaforrásokból felszabadított P_1 teljesítményt (a Föld lakosainak száma 2015-ben $N = 7{,}30$ milliárd volt)!

b) Határozzák meg az E_1 energia és a Föld légköre által egy év alatt elnyelt E_2 energia p_1 arányát!

A továbbiakban egy kerti medencét vizsgálunk Pozsonyban (Bratislava), a medence vízfelületének nagysága $S = 9{,}0\ \mathrm{m}^2$, mélysége mindenütt $h = 1{,}0$ m.

c) A medencét színültig engedtük $t_1 = 18\ ^\circ\mathrm{C}$ hőmérsékletű vízzel, majd bekapcsoltuk a $P_2 = 12$ kW teljesítményű vízmelegítőt. Mennyi idő alatt (τ) emelkedik a víz hőmérséklete a medencében $t_2 = 25$ °C-ra, ha az adott idő alatt a környezettel kicserélt hő nagysága a vízmelegítő által leadott hőhöz viszonyítva elhanyagolhatóan kicsi?

A csillagászati nyár első napján (június 21-én), dél körül, nap süti a medence vizének felszínét. A vízfelszínre eső sugárzás nagyjából $r_\mathrm{v} = 0{,}02$ része visszatükröződik, a többi elnyelődik a vízben.

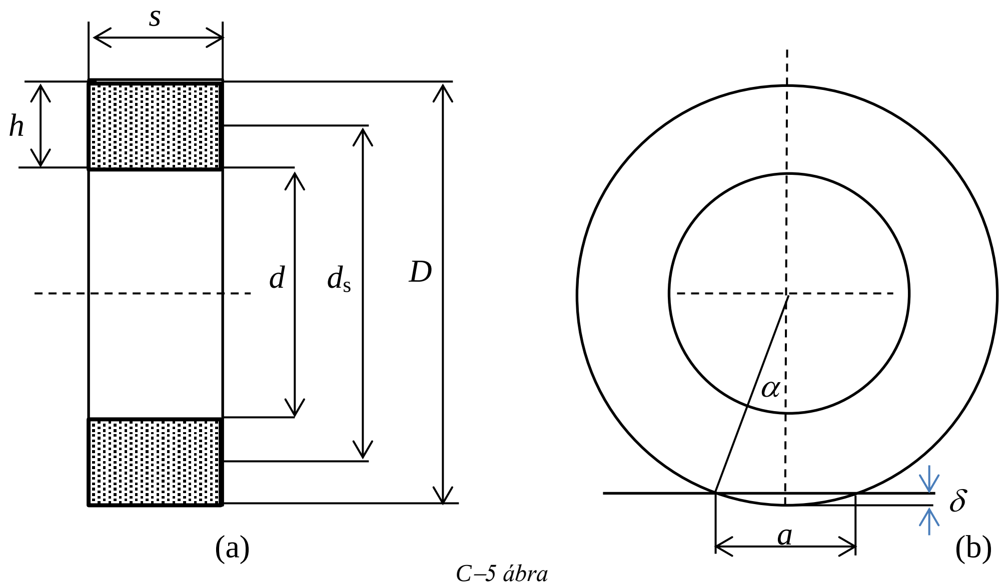
d) Határozzák meg, mekkora a vízfelszínre érkező napsugárzás α beesési szöge az adott esetben, mekkora a víz által elnyelt napsugárzás P_3 teljesítménye, valamint határozzák meg a $p_2 = P_3/P_2$ arányt!

e) Hány fokkal (Δt) emelkedik meg a medence vizének hőmérséklete ebéd körül, a napsugárzás hatására, egy óra alatt?

A feladatot oldják meg általánosan, majd a megadott értékekkel! A Föld sugara $R_\mathrm{Z} = 6{,}38 \times 10^6$ m, a víz sűrűsége $\rho = 1{,}00 \times 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, a víz fajhője $c = 4{,}18 \times 10^3\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, Pozsony (Bratislava) földrajzi szélessége (é.sz.) $\varphi_\mathrm{B} = 48°09'$, a Ráktérítő földrajzi szélessége (é.sz.) $\varphi_\mathrm{R} = 23°27'$.

Megjegyzés: * az E (exa) előtag a 10^{18} szorzó jele. Az E_1 értékbe beleszámítjuk az összes elsődleges energiaforrásból (szén, kőolaj, földgáz, uránérc, …) fedezett, az emberiség által felhasznált (ipari termelés, mezőgazdasági termelés, fűtés/hűtés, szállítás, élelmiszergyártás) energia mennyiséget.

5. Nyomás a gumiabroncsban



C–5 ábra

Az $M = 1\,700$ kg tömegű gépkocsi súlya egyenletesen oszlik el a négy gumiabroncsán. Reggel, indulás előtt, a gumiabroncsokban levő levegő hőmérséklete megegyezett a környezet $t_0 = 17$ °C-os hőmérsékletével. A gépkocsivezető a gumiabroncsokban $p_0 = 220$ kPa nyomást mért (pontosabban a légköri nyomáshoz viszonyított túlnyomást). A gumiabroncson feltüntetett 195/60/R15 adatok magyarázata: a gumiabroncs szélessége $s = 195$ mm, relatív magassága $\eta = h/s = 0{,}60$ és a diszk átmérője $d = 15$ hüvelyk (lásd a C–5(a) ábrát).

a) Határozzák meg a nem megterhelt gumiabroncsban levő levegő V_0 térfogatát! Tételezzék fel, hogy a gumiabroncs belsejének merőleges keresztmetszete téglalapalakú (oldalhossza s és h, lásd a C–5 ábrát)! Határozzák meg a p_0 túlnyomású és t_0 hőmérsékletű levegő molekuláinak N számát a gumiabroncsban!

b) A terhelés következtében a gumiabroncsok mindegyike S területű felületen érintkezik az úttesttel. Határozzák meg a felület S területét! Határozzák meg a gumiabroncs érintkező felületének q relatív megrövidülését, amely az érintkező felület kialakulásának következménye! Mekkora a tachométer által mért sebesség relatív eltérése a valós értéktől, ha az eltérés a q arányú rövidülés következménye? Mekkora lesz ez az eltérés, ha a gépkocsi $p_0' = 140$ kPa túlnyomású, *leeresztett* gumiabroncsokkal fog haladni? Tételezzék fel, hogy a gumiabroncs (terhelés által létrejövő) térfogatváltozása elhanyagolhatóan kicsi, és a gumiabroncs felülete nem csúszik az úttesten, miközben a gépkocsi halad!

c) Néha, ha egy alacsony híd alatt kell áthaladnia a gépkocsinak (teherautónak), a gépkocsivezető kiengedi a gumiabroncsokból a levegő egy részét. Mekkora p_{01} értékre kell a gumiabroncsokban csökkenteni a túlnyomást, hogy a gépkocsi magassága $\delta = h/2$-vel csökkenjen?

d) Határozzák meg a levegő p_{02} túlnyomását a feladat a) részében leírt gumiabroncsokban, ha a gépkocsi haladása következtében a bennük levő levegő hőmérséklete $t_1 = 60$ °C-ra nő!

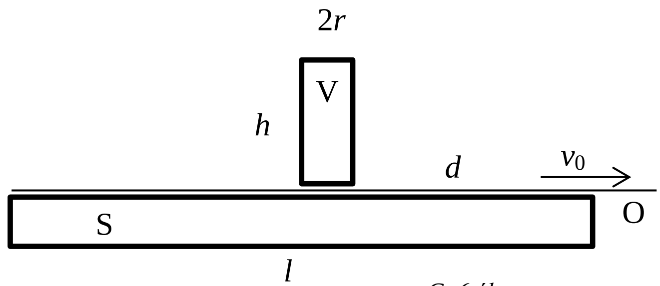
A feladatot oldják meg általánosan, majd a megadott értékekkel: a levegő moláris tömege $M_\mathrm{m} = 29 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot mol^{-1}}$, a normális légkori nyomás $p_\mathrm{a} \approx 101$ kPa, az Avogadro-állandó $N_\mathrm{A} = 6{,}02 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$, az egyetemes gázállandó $R = 8{,}31\ \mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$ és a nehézségi gyorsulás $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$!

1. megjegyzés: kis szögekre érvényes, hogy $\sin\alpha \approx \alpha - \alpha^3/6$.

2. megjegyzés: a tachométer (sebességmérő) által mért sebességet az első futómű kerekének fordulatszáma adja meg.

6. Az abrosz kirántása a palack alól

Milán előszeretettel próbál ki trükköket, amelyekről hallott, vagy amelyeket látott. Egyszer látta, amint egy pincér takarításkor lerántotta az asztalról az abroszt, miközben a palack állva maradt az asztalon. Elhatározta, hogy kipróbálja.



C–6 ábra

Képzeljék el a C–6 ábrán vázolt modellhelyzetet! Az O abrosz lefedi az S asztallapot, és a bal vége az asztallap szélén van. Az asztalt fedő abroszon áll egy homogén henger, amely alapjának sugara r, magassága h, és a henger súlypontja d távolságban van az asztal azon szélétől, amerre az abrosz mozog. A henger és az abrosz között fellépő súrlódási tényező f_1, a henger és az asztallap között fellépő súrlódási tényező f_2.

Az abroszt úgy rántjuk meg, hogy a mozgásának v_0 sebessége állandó. Tételezzék fel, hogy az abrosz nyugalmi állapotból azonnal az egyenletes v_0 sebességű mozgásba megy át! A henger először az abroszon mozog, majd az asztallapra csúszik. Tételezzék fel, hogy $r \ll l$, és az időtartam, amely alatt a henger az abroszról az asztalra csúszik át, elhanyagolhatóan kicsi!

a) Írják le a henger mozgását a kezdettől egészen addig a pillanatig, amikor az abrosz elhagyja az asztallapot! Milyen feltételeknek kell teljesülnie ahhoz, hogy a henger, az abrosz lerántása közben, ne billenjen meg, ne dőljön el és ne essen le az asztalról?

b) Határozzák meg a feltételt, amely mellett a henger alapja egész idő alatt teljes felületével érintkezik az alatta levő felülettel! Ezen feltétel teljesülésekor a henger biztosan nem borul fel.
Döntsék el a következő helyzetekről, hogy megdől-e a henger az abrosz lerántásakor, és ha igen, melyik oldalra:

i. $f_1 = 0{,}30, f_2 = 0{,}45, r = 2{,}0\ \mathrm{cm}, h = 12\ \mathrm{cm}$,

ii. $f_1 = 0{,}30, f_2 = 0{,}45, r = 2{,}5\ \mathrm{cm}, h = 10\ \mathrm{cm}$,

iii. $f_1 = 0{,}50, f_2 = 0{,}10, r = 2{,}0\ \mathrm{cm}, h = 10\ \mathrm{cm}$!

c) Tételezzék fel, hogy a henger, mozgás közben nem dől meg, és csak transzlációs mozgást végez az alatta levő vízszintes felületen! Határozzák meg az abrosz legkisebb $v_{0,\min}$ sebességét, amelynél a henger az asztalon marad! A feladat c) részét oldják meg általánosan, majd a következő értékekre: $f_1 = 0{,}50, f_2 = 0{,}10, d = 1{,}0\ \mathrm{m}, l = 1{,}5\ \mathrm{m}, g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$!

7. A víz viszkozitásának mérése – kísérleti feladat (EXP)

A viszkozitás, más néven belső ellenállás, a folyadékok egyik legfontosabb tulajdonságát, folyással szembeni ellenállásukat fejezi ki. A viszkozitás különböző eljárásokkal mérhető. Az egyik eljárás a folyadék kis csőben történő áramoltatásából indul ki. A csőben folyó Q_V térfogatáram egyenesen arányos a cső eleje és vége közti Δp folyadék nyomáskülönbségével. A Hagen-Poiseuille-törvény alapján

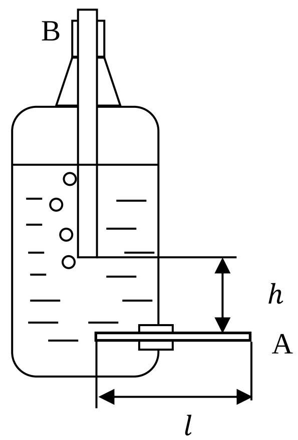
$$Q_V = \frac{S^2}{8\pi l \eta}\Delta p\,,$$

ahol S a vékony kör alakú cső keresztmetszete, l a cső hossza, η a folyadék dinamikai viszkozitása, és Δp a cső elején és végén a folyadékban fellépő nyomás közti különbség.

Feladat: Mérjék meg a víz viszkozitásának hőmérsékletfüggését!

Mérési berendezés

A méréshez készítsék el a C–5 ábrán felvázolt berendezést! Vezessenek egy műanyag flakon lezárt és szigetelt kupakján (B) keresztül vékony csövet közelítőleg a flakon magasságának feléig! Készítsenek kis nyílást közel a flakon aljához, és helyezzenek bele vízszintesen egy 4-5 mm belső átmérőjű, 10-15 mm hosszúságú üvegcsövet (A). A nyílást gondosan szigeteljék pl. gyurmával. A flakont töltsék fel vízzel és zárják le a fent leírt módon előkészített kupakkal (B)! A vízszintes csövön át elkezd egyenletesen kifolyni a víz, amit fogjanak fel egy edénnyel! Határozzák meg az edénnyel felfogott víz V térfogatából, és a folyás tartamának t idejéből a $Q_V = V/t$ térfogatáramot! A mérést akkor fejezzék be, amikor a víz szintje megközelíti a kupakon át vezetett cső alsó nyílását!



C-5 ábra

a) Mérjék meg a vékony vízszintes cső l hosszát, S belső keresztmetszetét és a tengelyének függőleges távolságát a kupakon át vezetett cső alsó nyílásától!
Megjegyzés: A mérés előtt a vékony üvegcső belsejét alaposan tisztítsák meg szappanos vízzel, öblítsék ki desztillált vízzel, majd szárítsák ki! A száraz cső tömegét mérjék meg pontos mérlegen, majd töltsék meg vízzel és újra mérjék meg! Határozzák meg a mért tö-

meg különbségéből, a víz $1000\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ *sűrűségéből és a cső hosszúságából a cső* S *keresztmetszetét! A méréshez desztillált vizet használjanak!*

b) Állítsák össze a berendezést, mérjék meg a flakonban levő víz hőmérsékletét, és hagyják a leírt módon kifolyni a vizet a felfogó edénybe! Stopperórával mérjék a víz kifolyatásának idejét! A mérés végeztével határozzák meg a kifolyt víz térfogatát, pl. az üres felfogó edény és felfogott vízzel teli edény tömegének különbségéből!

c) Magyarázzák meg a függőleges cső küldetését, és határozzák meg a Δp nyomáskülönbséget! Indokolják meg, hogyan lehet szabályozni a vízszintes csőben áramló víz Q_V térfogati áramát a h magasság változtatásával!
Megjegyzés: A Hagen-Poiseuille-törvény csak lamináris áramlásra érvényes. A h *magassságot úgy kell beállítani, hogy az áramlás a vízszintes csőben egyenletes és ugyanakkor megfelelően lassú legyen.*

d) Határozzák meg az adott hőmérsékletű víz η viszkozitásának értékét! A mérést ismételjék meg legalább 3-szor az adott hőmérsékletű vízzel, és határozzák meg az átlagértéket!

e) Végezzék el az egész mérési folyamatot a víz legalább 5 eltérő hőmérsékleténél (a 15 °C és 50 °C tartományban)! Szerkesszék meg a víz η viszkozitásának grafikonját a víz hőmérsékletének függvényeként!

A mérést megismételhetik más, nagyobb viszkozitású folyadékkal, pl. étolajjal.