57. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2015/2016
Kategória F – domáce kolo
Riešenie úloh

1. *Napĺňanie vodárničky na chate*

a) Dobu t napĺňania prázdnej nádrže určíme podielom $t = V_0 / Q$.
Predané hodnoty veličín $t \approx$ 962 min. 3b

b) Studnička poskytuje denne dostatok vody pre obyvateľov chaty, lebo zdroj je schopný denne dodať takmer 1,5 násobok objemu nádrže, teda 0,75 m^3 vody. Časť vody studničky odteká prepadom do potôčika. 3b

c) Rýchlosť v prúdenia vody v prítokovej rúrke počas napĺňania vodárničky
$v = Q/S = 4\,Q/(\pi\, d^2)$.
Pre dané hodnoty veličín $v \approx$ 166 cm/min $\approx$ 2,77 cm/s = 0,0277 m/s. 4b

2. *Jednotky, diely a násobky rýchlosti pohybu*

Stĺpec → Riadok ↓	1	2	3	4	5	6	7
1	v_1/v_2	**1 km/h**	**1 m/s**	**1 cm/h**	**1 m/h**	**1 km/min**	**1 cm/s**
2	**1 km/h**	1	3,6	$1/10^5$	0,001	60	$3{,}6/10^2$
3	**1 m/s**	1/3,6	1	$1/3{,}6\times10^5$	1/3600	50/3	0,01
4	**1 cm/h**	10^5	$3{,}6\times10^5$	1	100	6×10^6	3600
5	**1 m/h**	10^3	3600	0,01	1	6×10^4	360
6	**1 km/min**	1/60	0,06	$1/(6\times10^6)$	$1/(6\times10^4)$	1	$6/10^4$
7	**1 cm/s**	$10^2/3{,}6$	100	1/3600	1/360	$10^4/6$	1

Hodnotenie: Počet správnych odpovedí 7 – 2b, 14 – 4b, 21 – 6b, 28 – 8b, 35 – 10b.
Pozn.: akceptovať aj iné matematické vyjadrenie, napr. 1/3,6 ≈ 0,278, na rôznych miestach tab.

3. *Cyklista*

a) Rýchlosť cyklistu na trati prémiovej etapy bola $v_o = s/t$,
pre dané hodnoty veličín $v_o \approx$ 0,926 km/min ≈ 55,6 km/h ≈ 15,4 m/s. 2b

b) Počas otáčania pedálového kolesa sa reťazovým prevodom prenáša pohyb na rýchlostné kolieska. Preto platí
$\pi\, d_1 = n_1\, \pi\, d_2$,
$\pi\, d_1 = n_2\, \pi\, d_3$.
Z toho máme $n_1 = d_1/d_2$ a $n_2 = d_1/d_3$, pre dané hodnoty veličín $n_1 \approx 4{,}0$ a $n_2 \approx 5{,}0$. 2b

c) Koleso bicykla má rovnaké otáčky ako rýchlostné kolieska.
Preto $s_1 = n_1 \pi d_4$ a $s_2 = n_2 \pi d_4$. Pre dané hodnoty veličín $s_1 \approx 10$ m a $s_2 \approx 12{,}6$ m. 2b

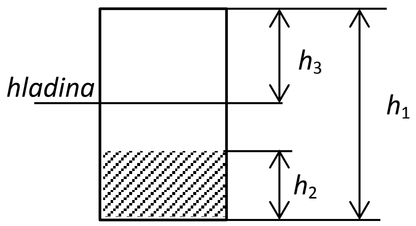
d) Na vyššom rýchlostnom stupni prešiel dráhu $3\,s/5$, na nižšom rýchlostnom stupni dráhu $2\,s/5$.
Počet otáčok pedálového kolesa v prvom a druhom prípade bol
$3\,s/(5\,s_1) = 0{,}6\,s/s_1$, $2\,s/(5\,s_2) = 0{,}4\,s/s_2$.
Celkový počet otáčok pedálového kolesa na celej trati za daných podmienok bol

$$n = 0{,}2\,s\left(\frac{3}{s_1} + \frac{2}{s_2}\right)$$. Pre dané hodnoty veličín $n \approx 1\,270$. 3b

e) Priemerná frekvencia $f = n/t$, pre dané hodnoty $f \approx 85$ /min $\approx 1{,}4$ Hz. 1b

4. *Hustota piesku*

a) Náčrtok, obr. RF-1 2b



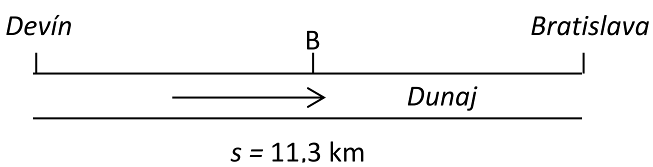
Obr. RF–1

b) V situácii znázornenej na obr.RF–1, podľa Archimedovho zákona, gravitačná sila pôsobiaca na pieskové teleso, je rovná vztlakovej sile vody.
Hmotnosť pieskového telesa $m_1 = S\,h_2\,\rho$, hmotnosť vody vytlačenej ponorenou časťou pohárika
$m_2 = S\,(h_1 - h_3)\,\rho_v$, kde S je obsah dna pohárika.
Z rovnosti $m_1\,g = m_2\,g$ máme $(h_1 - h_3)\,\rho_v = h_2\,\rho$.
Z toho určíme hustotu piesku $\rho = \dfrac{h_1 - h_3}{h_2}\rho_v$.
Pre namerané hodnoty veličín $\rho \approx 1\,700$ kg/m^3.
Na korbu automobilu možno naložiť objem $V_0 = m_0/\rho$,
pre vypočítané a dané hodnoty veličín $V_0 = 2{,}9$ m^3 piesku. 4b

c) Hrúbku h_m pieskového telesa v poháriku, pri ktorej sa pohárik ponorí práve po jeho ústie, určíme tiež podľa Archimedovho zákona
$S\,h_m\,\rho = S\,h_1\rho_v$, z toho máme
$h_m = h_1 \frac{\rho_v}{\rho}$.
Pre dané hodnoty veličín $h_m = 91$ mm. 4b

5. *Výletná plavba na lodiach Martin a Prešov*

a) Obr. RF-2 1b



Obr. RF–2

b) Označme časy plavby lode z Bratislavy na Devín t_1 a z Devína do Bratislavy t_2. Pre hľadané rýchlosti lode platí $v_1 = s/t_1$ a $v_2 = s/t_2$.
Pre dané hodnoty veličín máme $v_1 \approx 7{,}53$ km/h $\approx 2{,}09$ m/s a $v_2 \approx 22{,}6$ km/h $\approx 6{,}28$ m/s. 1b

c) Rýchlosti plavby lode vzhľadom na breh, ako vzťažnej sústave, sú $v_1 = v - v_0$ (Bratislava – Devín) a $v_2 = v + v_0$ (Devín – Bratislava) . Potom pre plavebnú dráhu lode môžeme napísať výrazy

$s = v_1\, t_1 = v_2\, t_2$, tiež $s = (v - v_0)\, t_1 = (v + v_0)\, t_2$.

Z tejto rovnice po úprave určíme rýchlosti v, v_0

$$v = \frac{s\,(t_1 + t_2)}{2t_1 t_2}.$$

$$v_0 = \frac{s\,(t_1 - t_2)}{2t_1 t_2}.$$

Pre dané hodnoty veličín máme $v \approx 15{,}1$ km/h $\approx 4{,}19$ m/s, $v_0 \approx 7{,}53$ km/h $= 2{,}09$ m/s. 4b

d) Loď Prešov príde do bodu stretnutia x_B za čas t a prejde dráhu $x_B = v_1\, t$. Loď Martin vypláva o $\Delta t = 0{,}5$ h neskôr a jej vzdialenosť od Bratislavy v čase stretnutia $x_B = s - v_2\,(t - \Delta t)$.

Z porovnania obidvoch výrazov

$$v_1\, t = s - v_2\,(t - \Delta t)$$

a odtiaľ

$$t = \frac{s + v_2\,\Delta t}{v_1 + v_2}$$, pre dané hodnoty $t \approx 45$ min ($\approx 0{,}75$ h)

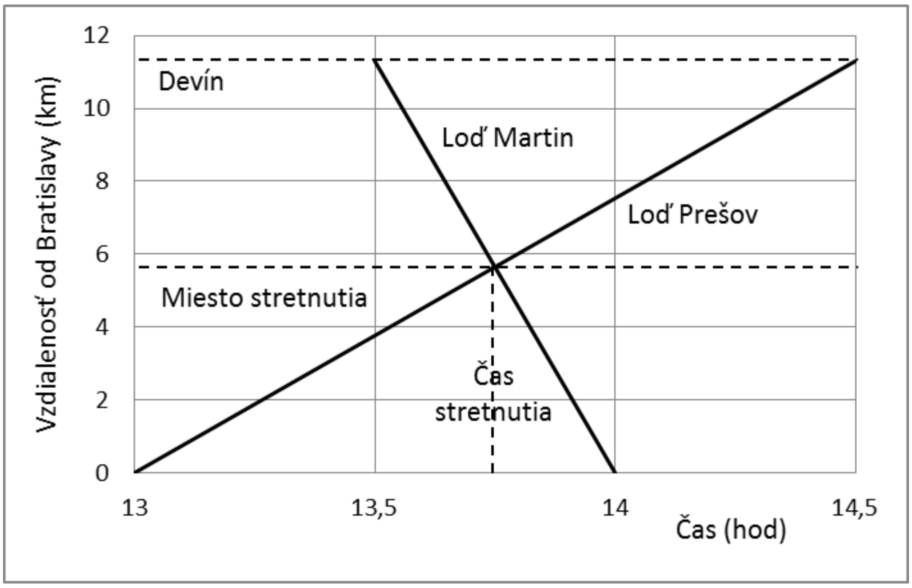
Čas stretnutia je preto 13:45 hod.

Vzdialenosť bodu stretnutia od Bratislavy

$x_B = v_1\, t$, pre dané hodnoty $x_B \approx 5{,}65$ km.

Lode sa stretnú v polovine plavebnej dráhy. 2b

e) Graf, obr. RF-3. 1b



f) Prierez vodného toku $S_0 = Q/v_0$, pre dané hodnoty veličín $S_0 \approx 1\,910$ m^2. 1b

6. ***Originálny svadobný dar***

a) Pre hmotnosť m ľadovej kryhy máme

$$m_L + m_0 = m\ , \qquad (1)$$

kde m_L je hmotnosť ľadu a m_0 hmotnosť mincí zamrazených v ľadovej kryhe. Celkový objem ľadovej kryhy $V_0 = a\,b\,c$, V_0 = 800 cm^3. Pre objem V_0 môžeme, podobne ako pre hmotnosti vo výraze (1), písať

$$V_0 = V_L + V_M, \qquad (2)$$

kde V_L je objem ľadu a V_M objem mincí. Ak objemy na pravej strane rovnosti (2) vyjadríme pomocou hustôt, ktoré sú v texte úlohy dané, dostaneme

$$m_L / \rho_L + m_0 / \rho_M = V_0. \qquad (3)$$

V tejto rovnosti sú však dve neznáme veličiny m_L a m_M. Z (1) však môžeme vyjadriť

$m_L = m - m_0$, čo dosadíme do (3)

$$\frac{m - m_0}{\rho_L} + \frac{m_0}{\rho_M} = V_0\ . \qquad (4)$$

Kvôli jednoduchosti ďalšieho riešenia do výrazu (4) dosadíme hodnoty známych veličín

$$\frac{882{,}3 - m_0}{0{,}9167} + \frac{m_0}{7{,}423} = 800. \qquad (5)$$

Odtiaľ postupne vypočítame hmotnosť mincí

$$\frac{882{,}3}{0{,}9167} - \frac{m_0}{0{,}9167} + \frac{m_0}{7{,}423} = 800,$$

$$\frac{882{,}3}{0{,}9167} - 800 = \frac{m_0}{0{,}9167} - \frac{m_0}{7{,}423},$$

$$962{,}5 - 800 = m_0\left(\frac{1}{0{,}9167} - \frac{1}{7{,}423}\right).$$

$$162{,}5 = m_0\,(1{,}091 - 0{,}1347) = 0{,}9562\,m_0\ .$$

$$m_0 \approx 170\ \text{g}. \qquad (6)$$

Všetky úpravy výrazov od (5) po (6) sme robili v jednotkách g, cm^3.

Teda hmotnosť $m_0 \approx 170$ g. 6b

b) V kryhe je uložených n mincí, $n = m_0/m_M$. Pre dané a vypočítané hodnoty $n = 20$. 1b

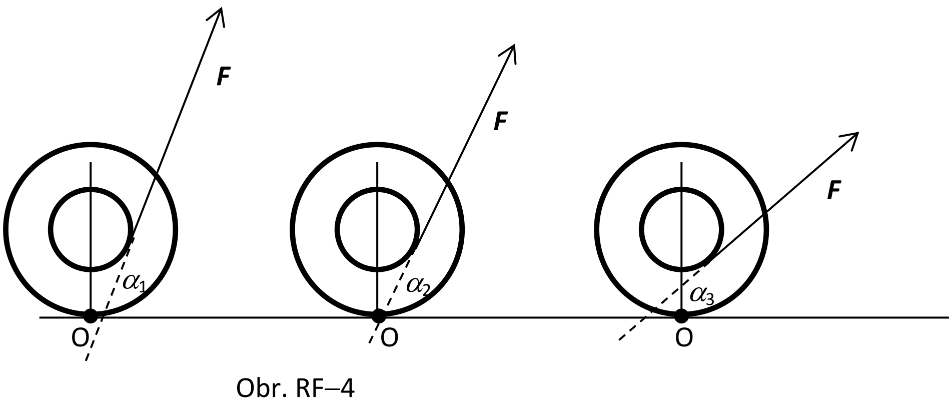
c) Pre objemy V_M, V_L máme

$V_M = \frac{m_0}{\rho_M} = \frac{170}{7{,}423} \approx 22{,}9$. Teda $V_M \approx 22{,}9$ cm^3, $V_L = \frac{m - m_0}{\rho_L} = \frac{712{,}3}{0{,}9167} \approx 777$,

teda $V_L \approx 777$ cm^3. ($V_L + V_M \approx 800$ cm^3.) 2b

d) Teplo prijaté ľadovou kryhou sa skladá z dvoch častí: teplo Q_1 prijaté ľadom pri zvýšení jeho teploty o 12 ^{0}C a roztopenie ľadu na vodu, $Q_1 \approx$ 297 kJ ; teplo Q_2 príjmu mince pri zvýšení ich teploty o 12 ^{0}C, $Q_2 \approx$ 806 J. Spolu $Q \approx Q_1 + Q_2 \approx 297{,}8$ kJ. 1b

7. ***Valivý pohyb cievky** – experimentálna úloha*



Obr. RF–4

Z obr. RF–4 vidno tri rôzne prípady uhlu vlákna α vzhľadom na vodorovnú rovinu.

Valec sa dotýka podložky v bode O. Ak má uhol hodnotu α_2, kedy vektorová priamka sily ***F*** ťahu vlákna prechádza bodom O, má sila ***F*** vzhľadom na bod O nulový moment, a preto cievka sa nebude otáčať, bude sa iba posúvať. Ak je uhol $\alpha_1 > \alpha_2$, je moment sily ***F*** kladný, tzn. vyvolá otáčanie proti smeru pohybu hodinových ručičiek – ak sa cievka neprešmykuje, kotúľa sa smerom nazad.

Ak je uhol $\alpha_3 < \alpha_2$, je moment sily ťahu vlákna vzhľadom na bod O záporný, a tak vyvolá otáčanie v smere pohybu hodinových ručičiek. Cievka sa preto bude kotúľať dopredu v smere ťahu vlákna.

Pozn.: Keby bolo vlákno na cievke navinuté opačným smerom, moment sily ťahu vlákna by bol vždy iba záporný, a teda pri ľubovoľnom uhle α by sa cievka kotúľala dopredu – možno to experimentálne preskúmať.

57. ročník Fyzikálnej olympiády – *Úlohy domáceho kola kategórie F*

Autori úloh:	Daniel Kluvanec F1-F5 , Monika Hanáková F6, Ivo Čáp F7
Recenzia:	Ivo Čáp
Úlohy posúdil:	Milan Ivaška, učiteľ fyziky Základná škola, ul. Energetikov, Prievidza
Redakcia:	Daniel Kluvanec
	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Vydal:	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2015