

57. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2015/2016

Krajské kolo kategórie D

Texty úloh

1. Zvislý vrh

Pri vysokom múre hádzali chlapci lopty. Najprv loptu vrhli z povrchu zeme zvislo nahor začiatočnou rýchlosťou v_0 .

a) Určte maximálnu výšku H , do ktorej lopta vystúpila.

V druhom pokuse vrhli opäť prvú loptu zvislo nahor rýchlosťou v_0 a súčasne z výšky H druhú loptu zvislo nadol rovnakou začiatočnou rýchlosťou $-v_0$.

b) Určte čas t_s od okamihu vrhu, za ktorý sa lopty stretli.

c) Určte výšku h_s od povrchu zeme, v ktorej sa lopty stretli.

d) Určte veľkosť v_{s1} a v_{s2} rýchlostí oboch lôpt v okamihu stretnutia.

K riešeniu úlohy nakreslite pomocné náčrtky.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $v_0 = 15,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Odpor vzduchu a rozmery lôpt neuvažujte. Predpokladajte, že prvá lopta bola vrhnutá z povrchu zeme, druhá z bodu vo výške H nad zemou.

2. Spájanie vagónov

Zdenko rád pozoroval posunovanie vagónov na nákladnej železničnej stanici. Vagóny majú nárazníky s veľmi silnou pružinou na zmiernenie nárazu pri ich spájaní a automatickú spojku, ktorá vagóny pevne spojí pri vzájomnej zrážke.

Raz pozoroval spájanie dvoch vagónov. Na vodorovnom a priamom úseku koľají plný vagón s hmotnosťou $m_1 = 54$ ton, ktorý sa pohyboval rýchlosťou $v_0 = 5,2 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, narazil do stojaceho prázdneho vagóna s hmotnosťou $m_2 = 27$ ton.

a) Určte rýchlosť v_T vagónov po náraze, ak sa pri náraze vagóny spojili.

b) Určte celkovú kinetickú energiu E_{k0} oboch vagónov pred zrážkou a kinetickú energiu E_{kT} spojených vagónov po zrážke.

c) Vysvetlite, prečo $E_{k0} > E_{kT}$. Spresnite, v ktorej časti sústavy došlo k zníženiu energie E_{k0} a v akej forme..

d) Určte rýchlosti v_1 a v_2 obidvoch vagónov po zrážke, ak sa pri náraze vagóny nespojili a ich zrážka bola dokonale pružná.

Odpor prostredia, ako aj valivý odpor kolies pri pohybe vagónov neuvažujte.

3. Nová planéta

Vo vzdialenej hviezdnej sústave bola sondami objavená nová planéta, ktorá je podobná Zemi. Merania ukázali, že

- i) priemerná hustota ρ_p tejto planéty je rovnaká ako priemerná hustota ρ_Z Zeme,
 - ii) prvá kozmická rýchlosť v_p pre túto planétu je dvakrát väčšia ako prvá kozmická rýchlosť v_Z pre Zem.
- a) Určte priemernú hustotu ρ_Z Zeme.
 - b) Určte prvú kozmickú rýchlosť v_Z pre Zem a v_p pre planétu.
 - c) Určte pomer $p_1 = R_p/R_Z$ polomeru R_p planéty a polomeru R_Z Zeme a pomer $p_2 = T_p/T_Z$ doby obehu T_p umelej družice v blízkosti povrchu planéty a doby obehu T_Z družice v blízkosti povrchu Zeme.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $R_Z = 6\,370$ km, hmotnosť Zeme $M_Z = 5,97 \times 10^{24}$ kg, gravitačná konštanta $G = 6,67 \times 10^{-11}$ m³·kg⁻¹·s⁻².

Predpokladajte, že planéta i Zem majú guľový tvar.

Pozn.: Guľa s polomerom R má objem $V = (4/3)\pi R^3$.

4. Hustomer

Na meranie hustoty kvapaliny použijeme tenkú valcovú skúmavku s dĺžkou l čiastočne naplnenú pieskom. Po vložení do vody s hustotou ρ_0 nasypeme do skúmavky piesok tak, aby bola ponorená relatívnou časťou $p_0 = h_0/l$.

- a) Skúmavku vložíme do neznámej kvapaliny a zmeriame relatívne ponorenie $p_1 = h_1/l$, kde h_1 je výška ponorenej časti skúmavky. Určte hustotu ρ_1 kvapaliny.
- b) Potom do neznámej kvapaliny s objemom V_1 primiešame vodu s objemom $V_2 = k V_1$ a zmeriame relatívne ponorenie p_2 skúmavky vo vytvorenom roztoku. Určte pomer k zmiešania kvapalín.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty $p_0 = 0,70$, $p_1 = 0,85$, $p_2 = 0,76$, $\rho_0 = 1\,000$ kg·m⁻³.

Predpokladajte, že os plávajúcej skúmavky je vo všetkých prípadoch zvislá a že neznáma kvapalina je vo vode rozpustná.