

**58. ročník Fyzikálnej olympiády**  
**v školskom roku 2016/2017**  
**Kategória A – celoštátne kolo**  
**Žilina – 8. 4. 2017**  
*text experimentálnej úlohy*

### Fontos figyelmeztetés

A kísérletben nagyon erős mágnesekkel fognak dolgozni. Az erős mágneses mező befolyásolhatja az elektronikus berendezések működését. A mágnes golyókat ne helyezték adathordozókra (pendrive, merevlemez, okos telefon, stb.), órára (főleg mechanikus órára), bankkártyára, ill. más mágneses adathordozóra! A 10 centiméteres távolság megfelelően biztonságos.

### Mágnes rezgőmozgása külső mágneses térben

Napjainkban igen népszerűek a neodímium (NdFeB) mágnes golyók, amelyekből különböző szerkezetek alkothatók. Érdekes játék, szép szerkezeteket, díszeket állíthatunk össze belőlük, de akár fizikai méréseket is végezhetünk velük.

A kísérletben  $d = 4,95$  mm átmérőjű  $m = 0,486$  g tömegű mágnes golyókat használunk. A mágnes golyó teljes térfogatában homogén mágneses mező van, amely mágneses indukciója  $\mathbf{B}_g$ . A golyó mágneses dipólus, mágneses momentuma  $\mathbf{p}_g = (\mathbf{B}_g/\mu_0)V_g$ , ahol  $V_g$  a golyó térfogata és  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H · m<sup>-1</sup> a mágneses konstans (a vákuum permeabilitása).

Nyolc golyóból mágneses iránytűt készítünk, segítségével fogjuk **mérni a mágneses mezőt**. Két másik mágnes golyó segítségével hozzuk létre azt a mágneses mezőt, amely a Föld mágneses mezejével együtt alkotja a **külső a mágneses mezőt** – ezt mérjük az iránytűvel.

#### *Elméleti bevezetés*

Amikor a  $\mathbf{p}_g$  mágneses dipólussal rendelkező mágnes golyó (mágneses dipólus)  $\mathbf{B}$  indukciójú mágneses mezőbe kerül,

$$\mathbf{M} = \mathbf{p}_g \times \mathbf{B} \quad (1)$$

erőnyomaték hat rá. Ez az erőnyomaték a mágneses dipólust a külső mágneses mező  $\mathbf{B}$  indukciója irányába (a dipólus helyén vett mező irányába) igyekszik fordítani.

Egy  $n$  mágnes golyóból kialakított egyenes lánc („iránytű”) mágneses momentuma  $\mathbf{p}_m = n\mathbf{p}_g$ , és az eredő erőnyomaték, amellyel a külső mágneses mező hat az „iránytűre”, egyenlő az egyes mágnes golyókra ható erőnyomatékok összegével.

A mágneses dipólust a saját mágneses mezeje veszi körül, és mágneses mező forrásaként is szolgálhat. A mágneses dipólus mágneses tengelyén a dipólus mágneses mezejének  $\mathbf{B}_{os}$  indukciója  $r \gg d$  távolságban

$$\mathbf{B}_{os}(r) = \frac{\mu_0 \mathbf{p}_g}{2\pi r^3}. \quad (2)$$

#### *Mérési eljárás*

A külső mágneses mező  $\mathbf{B}$  mágneses indukciójának méréséhez az iránytűre kifejített erőhatását használjuk fel. Használjanak  $n = 8$  egyenes láncba rendezett mágnes golyóból kialakított iránytűt (lásd az A3–E1 ábrát)! Az iránytű egy tokban van, amely közepén az iránytű tenge-

lyére merőlegesen egy fonál halad keresztül. Megfeszített fonál esetében az iránytű a fonálra merőleges síkban el tud fordulni a fonál körül. A fonál az iránytű forgástengelye.

Az iránytű elfordulását, a fonál által képzett tengely körül, a következő mozgásegyenlet határozza meg

$$J\varepsilon = M = -p_m B_{\perp} \sin \varphi, \quad (3)$$

ahol  $B_{\perp}$  a külső mágneses mező indukciójának a forgástengelyre merőleges komponense,  $\varphi$  a  $\mathbf{p}_m$  és  $\mathbf{B}_{\perp}$  vektorok által zárt szög (az iránytű kitérése). A  $D = p_m B_{\perp}$  mennyiség az iránytű *direkciós momentuma* – az iránytű forgástengelyére számítva.

Amennyiben a  $\varphi$  szög kicsi,  $|\varphi| \ll 1$  rad (az iránytű kitérése kicsi), használható a  $\sin \varphi \approx \varphi$  közelítőlegesen egyenlőség. Ekkor a (3) egyenlet, kis rezgések esetében, harmonikus rotációs rezgéseket ír le, amelynek periódusa

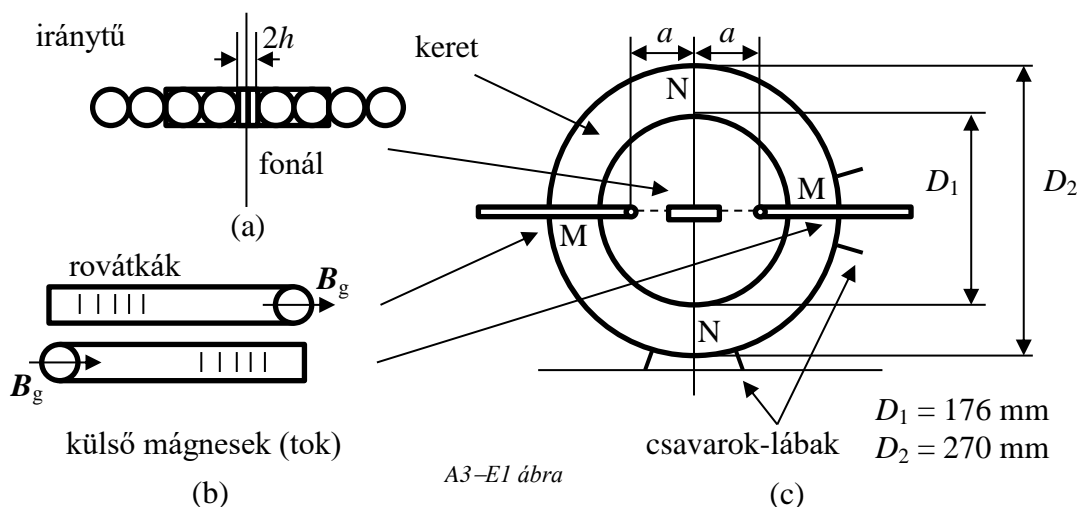
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}. \quad (4)$$

A rezgőmozgás periódusának mérésével megvizsgálhatjuk a külső mágneses mező és az iránytű tulajdonságait.

### **1. feladat – Határozzák meg a mágneses golyó mágneses dipólus momentumát**

Az  $n = 8$  egyforma golyóból kialakított iránytűt felfüggesztjük a vékony fonálra (A3–E1 ábra). Az iránytű középső négy golyója egy műanyag tokban van, a tokon halad át a fonál (a tok tengelyére merőlegesen), biztosítva, hogy a forgás síkja merőleges legyen a megfeszített fonálra. A két középső mágnes golyót két, egyenként  $h = 0,50$  mm vastag papírbetét választja el egymástól – ezek között vezetjük a fonalat. A fonalat egy lábakon álló hungarocell (polisztirol, szlov. *polystyrén*) keretben feszítjük meg. A keret két helyzetbe állítható: „függőleges fonál”, „vízszintes fonál”. A keret helyzetét finom állítással módosíthatjuk a bronz csavarok elforgatásával.

A keretben két „N” nyílás található a fonál rögzítéséhez. A fonalat óvatosan jutassák a nyílásokba a drótkampók segítségével! Az iránytű közepe legyen a keret középpontjában, így rögzítsék a fonalat egy-egy faék segítségével! A keretet állítsák fel úgy, hogy a fonál függőlegesen legyen, az iránytű pedig abba az irányba mutasson, mint a Föld mágneses mezejének  $\mathbf{B}_{Zh}$  vízszintes komponense!



A két másik, „M” nyílás a külső mágneses teret befolyásoló (külső) mágneseket tartó tokok elhelyezésére szolgál. A külső mágneseket tartó tokokat helyezték az „M” nyílásokba úgy, hogy a mágnes golyók a keret középpontja irányába mutassanak, és a tokon levő belső rovátkák a keret külső peremével essenek egybe mindkét külső mágnes esetében – ekkor a külső mágnesek távolsága a keret középpontjától  $a_1 = 100$  mm. A szomszédos rovátkák közti távolság 5,0 mm.

A külső mágneses mezőt, amely az iránytűre hat, az „M” nyílásba helyezett külső mágneseket tartó tokok betolásával fogják változtatni. A külső mágneseket tartalmazó tokokat úgy helyezték be az „M” nyílásokba, hogy a külső mágnes golyók mágneses tere, az iránytű helyén, ugyanabba az irányba mutasson, mint  $\mathbf{B}_{Z_h}$ !

A színes tokban levő külső mágneseket úgy kell beállítani, hogy a külső mágnesek egymástól  $2a$  távolságban legyenek, szimmetrikusan a forgástengelyhez (fonálhoz) viszonyítva. A két külső mágnes a közös tengelyükön  $\mathbf{B}_0$  indukciójú mágneses teret hoznak létre, amelyet a (2) képlet segítségével határozhatunk meg. A külső mágneses mező mágneses indukciója az iránytű közepén  $\mathbf{B}_\perp = \mathbf{B}_{Z_h} + \mathbf{B}_{O_s}$ . A Föld mágneses mezeje a mérés helyén homogén, tehát ennek a mezőnek a direkciós momentuma  $D_{Z_h} = np_g B_{Z_h}$ . A külső mágnesek által létrehozott mágneses tér nem homogén, és az eredő  $D_o$  direkciós momentumot az iránytű egyes mágnes golyóira ható direkciós momentumok összegeként kapjuk meg. Az összeg eredménye kifejezhető  $D_o = knp_g B_{O_s}$  alakban, ahol  $B_{O_s}$  az „M” nyílásba helyezett külső mágnesek mezejének mágneses indukciója az iránytű közepén. A  $k$  tényező a külső, nem homogén mező hatását egyszerűsített alakban fejezi ki. Bár a  $k$  tényező függ az  $a/d$  aránytól, azonban az  $n = 8$  golyóból álló iránytű esetében ( $a = 80 \div 100$  mm tartományban) az értéke  $k = k_8 = 1,11 (\pm 2 \%)$ , és állandónak tekinthető.

Amennyiben a  $\mathbf{B}_{Z_h}$ ,  $\mathbf{B}_0$  és a  $\mathbf{p}_m$  vektorok iránya egyensúlyi (nyugalmi) helyzetben azonos, a (2) képlet segítségével az iránytű direkciós momentumára a következő összefüggést kapjuk

$$D_8(a) = 8p_g k_8 \left( \frac{\mu_0 p_g}{\pi a^3} \right) + 8p_g B_{Z_h}. \quad (5)$$

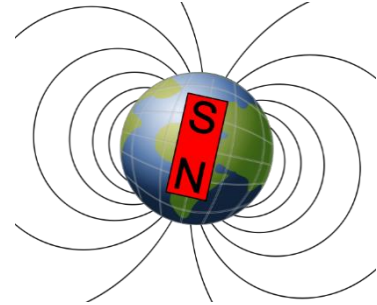
Szabályozzák a külső mágneses mező indukcióját, az iránytű közepén, a külső mágneseket tartalmazó tokok ki- ill. betolásával! A tokokat betolva változtassák  $a$  értékét, felhasználva a rovátkákat, fokozatosan a  $80 \div 100$  mm tartományban! Mérjék meg (minden beállított  $a$  értékre) az iránytű kis amplitúdójú rezgésének  $T$  periódusidejét, amelyet a vízszintes síkban, az egyensúlyi helyzete körül végez!

- Határozzák meg az  $n = 8$  golyóból álló iránytű  $J_m$  tehetetlenségi nyomatékát az iránytű forgástengelyére (fonál) – a megadott értékek felhasználásával!
- Mérjék meg a rezgések  $T$  periódusidejét az  $a$  távolság 5 különböző értékére a  $80 \div 100$  mm tartományban! Végezzenek egy hatodik mérést is ( $T_6$ ), amikor a külső mágneseket tartalmazó tokokat eltávolítják a keretből, és elégséges távolságba helyezik a kerettől, hogy ne befolyásolják a mérést! Minden periódusidőt 5-ször, a lehető legpontosabban mérjenek meg minden  $a$  értékre, és határozzák meg a periódusidő középértékét minden  $a$  értékre! Az  $a_i$  értékeket, valamint a hozzájuk tartozó  $T_{ij}$  periódusidőket és a periódusidők  $T_i$  középértékét jegyezzék le a protokoll *1. táblázatába*!
- A  $T$  periódusidő az  $a$  távolság függvénye. Készítsék el a  $T$  és  $a$  mennyiségek megfelelő grafikonját! Az  $x$  és  $y$  tengelyeknek megfelelő változókat úgy válasszák meg, hogy lineáris grafikonot kapjanak! Az így megválasztott  $x, y$  változók kiszámított értékét írják az *1. táblázat* utolsó két oszlopába! Ábrázolják a grafikonban a kiszámított hat értékek megfelelő pontokat, majd szerkesszék meg a legvalószínűbb lineáris függésnek megfelelő  $y = Kx + Q$  egyenest! Határozzák meg a  $K$  és  $Q$  paraméterek értékét!

- d) Határozzák meg (a kapott  $K$  paraméter értékéből és a többi rendelkezésre álló adatból) a mágnes golyó mágneses momentumának  $p_g$  nagyságát, és a golyó mágneses indukciójának  $B_g$  nagyságát a golyó belsejében!

## 2. feladat – Határozzák meg a Föld mágneses mezejének indukcióját és inklinációját

A Föld egy óriási mágneses dipólus (lásd az A3–E2 ábrát – a pólusok N-north, S-south). A Föld mágneses mezejének  $B_Z$  indukciója egy adott pontban a pont és a Föld mágneses tengelye által meghatározott síkban fekszik. A Föld felszínének egy adott pontján a  $B_Z$  vektor a vízszintes síkkal  $\vartheta$  szöget zár – ez a Föld mágneses mezejének *inklinációja* (lehajlása) az adott helyen. A  $B_Z$  vektort a Föld minden pontján két összetevőre bonthatunk:  $B_{Zh}$  vízszintes (horizontális) összetevőre és  $B_{Zv}$  függőleges összetevőre.



A3–E2 ábra

- a) Határozzák meg az előző feladat eredményeiből a Föld mágneses mezejének vízszintes összetevőjét ( $B_{Zh}$  értékét)!

A Föld mágneses mezejének függőleges  $B_{Zv}$  komponensét is meg tudjuk mérni. Ehhez a keretből eltávolítjuk a külső mágneseket tartalmazó tokokat (hogy ne befolyásolják a mérést), és a keretet elfordítjuk, hogy a fonál vízszintes helyzetbe kerüljön! Így az iránytűre csak a Föld mágneses mezeje hat. Figyeljék meg, hogy ha a keretet (a fonalat vízszintes helyzetben tartva) körbe forgatjuk a függőleges tengelye körül, az iránytű és a vízszintes sík által zárt szög változik!

- b) Határozzák meg a vízszintes fonál irányát, amelynél az iránytű függőleges irányban mutat! Válaszukat indokolják meg!
- c) A keretet állítsák be úgy, hogy a vízszintes fonál a b) részfeladatban meghatározott irányba mutasson, majd mérjék meg az iránytű kis rezgéseinek  $T_7$  periódusidejét! A mérési eredményt jegyezzék le s protokoll 2. táblázatába!

*Ha az iránytű nem irányul pontosan függőleges irányba, finoman állítani lehet a súlypontján a külső mágnes golyók enyhe kihajlításával.*

- d) Határozzák meg a mérési eredményekből  $B_{Zv}$  értékét, valamint a Föld mágneses mezejének  $\vartheta$  inklinációját! Határozzák meg, hogy a mérés helyén az inklináció pozitív, vagy negatív – pozitív, ha  $B_Z$  a vízszintes sík fölé, negatív, ha alá irányul!

1. megjegyzés: Az iránytű érzékeny a külső tárgyak által kiváltott mágneses mező változásaira. Ügyeljenek rá, hogy az iránytű közelében ne legyenek nem kívánatos mágnesek, vagy más ferromágneses anyagból készült tárgyak!
2. megjegyzés: A fonál mozgatásával érjék el, hogy az iránytű közepe a keret középpontjával essen egybe! Mérés előtt a fonalat enyhén feszítsék meg!
3. megjegyzés: Az iránytű tokjának és a papírdarabkák járuléka az iránytű tehetetlenségi nyomatékához elhanyagolhatóan kicsi.
4. megjegyzés: Egy  $m$  tömegű és  $d$  átmérőjű golyó tehetetlenségi nyomatéka (a középpontján áthaladó tengelyre számítva)  $J_g = (1/10)md^2$ .
5. megjegyzés: A fonál torziós momentumának hatása az iránytű lengési idejére elhanyagolhatóan kicsi.