

59. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2017/2018
Kategória B – domáce kolo
Text úloh

1. Strel'ba z hůfnice

Charakter stredovekých vojen významne ovplyvnilo použitie palných zbraní. Išlo o ručné zbrane ale aj delostrelecké zbrane. V dobe husitských vojen sa významne uplatnila hůfnica, obr. B–1, ktorá vystrel'ovala kamenné alebo železné gule s priemerom až niekoľko desiatok centimetrov. Dostrel na vodorovnej ploche bol až 500 m.



Obr. B–1

- a) Uvažujme hůfnicu s maximálnym dostrelom $x_m = 450$ m na vodorovnej rovine. Určte rýchlosť v_0 výstrelu gule.

Vojsko útočí na obrancov, ktorí sa opevnili na kopci s výškou $h = 150$ m nad okolitým terénom a pozíciou hůfnice. Obranci striel'ajú na útočníkov, a preto je účelné umiestniť hůfnice čo najďalej od kopca.

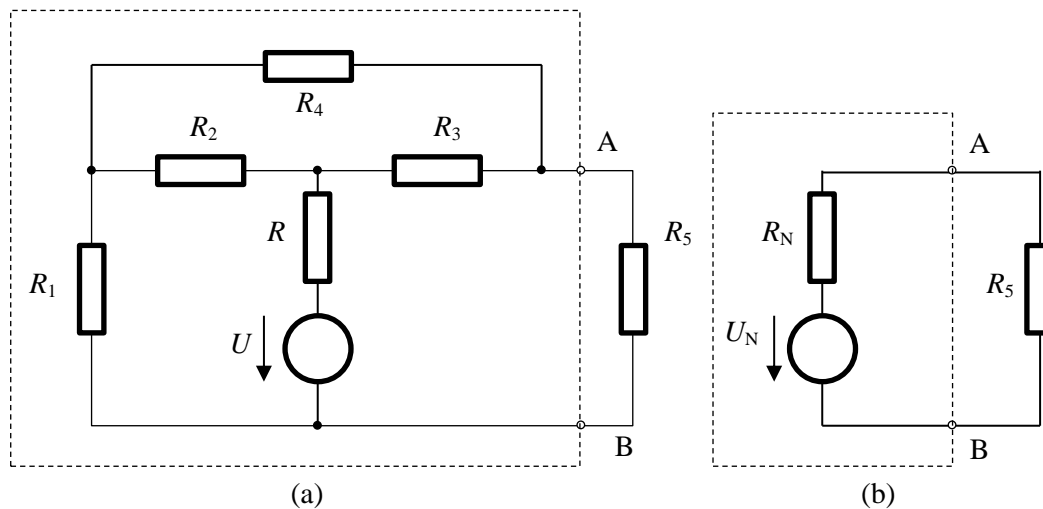
- b) Nakreslite situačný obrázok terénu s pozíciou obrancov a útočníkov a vyznačte v ňom dané a počítané veličiny uvedené v úlohe.
- c) Určte najväčšiu vodorovnú vzdialenosť x_1 hůfnice od vrcholu kopca, aby strela odpálená z hůfnice doletela na vrchol kopca.
- d) Určte uhol α_1 vzhľadom na vodorovnú rovinu pri strel'be zo vzdialenosti x_1 , pod ktorým treba guľu vystreliť, aby doletela na vrchol kopca. Určte dobu t_1 letu gule medzi výstrelom a dopadom na vrchol kopca v tomto prípade.
- e) Určte vektor rýchlosti \mathbf{v}_1 gule tesne pred dopadom na vrchol kopca pri splnení podmienok podľa častí b) a c) – veľkosť v_1 a uhol β_1 vzhľadom na vodorovnú rovinu.

Pri riešení úlohy odpor vzduchu a rozmery hůfnice neuvažujte, $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Vo všetkých prípadoch je rýchlosť výstrelu hůfnice rovná hodnote v_0 určenej v časti a) úlohy.

2. Théveninova veta

Pri riešení elektrických obvodov sa používajú rôzne metódy zjednodušenia výpočtov. Jednou z nich je *Théveninova veta*, ktorá hovorí, že akýkoľvek lineárny obvod sa dá vzhľadom na dve zvolené svorky nahradiť jednoduchým náhradným napät'ovým zdrojom s vnútorným napätím U_N a vnútorným odporom R_N .

Na obr. B-2 (a) je schéma elektrického obvodu s jedným zdrojom napätia s vnútorným napätím U a vnútorným odporom R a sieťou rezistorov R_1, R_2, R_3, R_4 a R_5 . Máme určiť prúd I prechádzajúci rezistorom R_5 . Obvod rozdelíme na rezistor R_5 a zvyšok, v obrázku označený čiarkovaným obdĺžnikom. Zvyšok, obvod v obdĺžniku, nahradíme jednoduchým zdrojom napätia s napätím U_N a odporom R_N , obr. B-2 (b).



Obr. B-2

Ak má byť náhrada elektricky ekvivalentná, musia sa obidva obvody správať rovnako voči pripojenému rezistoru R_5 . Keďže máme určiť dva parametre náhradného obvodu U_N, R_N , stačí, ak sa zhoduje prúd rezistorom R_5 pre dve rôzne hodnoty jeho odporu (ide o dva body lineárnej záťažovej charakteristiky). Najjednoduchšie je uvažovať dva prípady: $R_5 = 0$ (obvod nakrátko – skrat) a $R_5 \rightarrow \infty$ (obvod naprázdno).

- Nakreslite schému obvodu (a) nakrátko vzhľadom na svorky A, B. Určte prúd nakrátko I_K medzi svorkami A, B.
- Nakreslite schému obvodu (a) naprázdno vzhľadom na svorky A–B. Určte napätie naprázdno U_P medzi svorkami A, B.
- Určte hodnoty napätia U_N a odporu R_N náhradného zdroja a prúd I prechádzajúci rezistorom R_5 , obr. B-2 (a).

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $U = 12 \text{ V}$, $R = 10 \text{ } \Omega$, $R_1 = 20 \text{ } \Omega$, $R_2 = 25 \text{ } \Omega$, $R_3 = 50 \text{ } \Omega$, $R_4 = 100 \text{ } \Omega$, $R_5 = 200 \text{ } \Omega$.

3. Magnetický dipól v magnetickom poli

Atómy a jednotlivé elementárne častice predstavujú aj magnetické dipóly. Magnetický dipól opisuje vektorová veličina *magnetický dipólový moment* \mathbf{m} . Magnetické pole s indukciou \mathbf{B} pôsobí na magnetický dipól momentom sily $\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$ (1). V dôsledku toho jednotlivé atómy látky sa natáčajú do smeru magnetického poľa, čo sa navonok prejavuje ako magnetizácia látky. Magnetický moment je spojený jednak so spinom častíc atómu (elektrónov a jadra), jednak s orbitálnym pohybom elektrónov.

- S použitím vzťahu (1) pre moment sily \mathbf{M} vyjadrite magnetický moment \mathbf{m} kružnicovej slučky s polomerom r a prúdom I .
- Pri otáčaní slučky okolo osi kolmej na smer \mathbf{B} koná magnetické pole prácu W , a tak sa mení potenciálna energia E_p slučky v magnetickom poli, pričom $W = -\Delta E_p$. Určte, pri ktorej orientácii slučky je potenciálna energia E_p maximálna a pri ktorej minimálna. Určte rozdiel ΔE_p potenciálnej energie v stavoch s maximálnou a minimálnou potenciálnou energiou slučky v magnetickom poli.

Ako jednoduchý model uvažujte Bohrov model atómu vodíka. Podľa tohto modelu elektrón obieha okolo protónu po kružnicovej trajektórii, pričom moment hybnosti L elektrónu je kvantovaný, $L = n \hbar$, kde $n = 1, 2, \dots$ a $\hbar = 1,05 \times 10^{-34}$ J·s.

- Určte magnetický dipólový moment prislúchajúci pohybu elektrónu okolo jadra v základnom kvantovom stave $n = 1$ (*Bohrov magnetón*).

Pozn.: Obiehanie elektrónu po kružnici možno považovať za kružnicovú slučku s prúdom $I = e/T$, kde e je náboj elektrónu a T doba obehu elektrónu okolo jadra.

- Základný stav elektrónu v magnetickom poli je stav s minimálnou potenciálnou energiou. Stav s maximálnou potenciálnou energiou sa nazýva excitovaný. Určte rozdiel ΔE_p excitovaného a základného stavu v magnetickom poli s indukciou $B = 2,0$ T pre orbitálny pohyb elektrónu v základnom stave atómu vodíka. Určte pomer $\Delta E_p/E_T$ pri teplote $T = 300$ K, kde $E_T = k_B T$ je stredná hodnota tepelnej energie dipólu pri termodynamickej teplote T , $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$ J·K⁻¹ je Boltzmannova konštanta.

Potrebné konštanty vyhľadajte v tabuľkách alebo na internete.

4. Meranie stratového výkonu cievky – experimentálna úloha

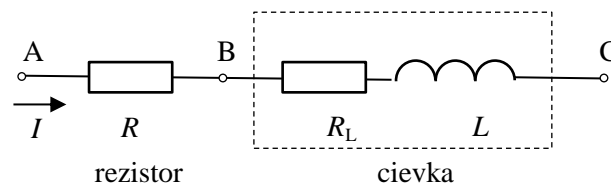
Induktor je ideálna súčiastka elektrického obvodu, ktorá sa realizuje pomocou cievky, a to vzduchovej alebo s jadrom. Cievka však nie je ideálny induktor, lebo pri jej pripojení na zdroj striedavého prúdu vykazuje straty výkonu.

- a) Uved'te, aké druhy strát výkonu vznikajú v cievke pri napájaní striedavým prúdom, a akou funkciou frekvencie sú jednotlivé druhy stratového výkonu cievky.

Úlohou merania je určiť stratový výkon cievky s feromagnetickým jadrom pri striedavom prúde I cievky s efektívnou hodnotou približne 10 mA.

K dispozícii máte iba zdroj striedavého napätia s frekvenciou približne $f = 1$ kHz, cievku, sadu rezistorov s rôznymi hodnotami odporu R a digitálny voltmeter.

Cievka má impedanciu, ktorú vnímame ako sériovú kombináciu rezistora s odporom R_L a induktora s indukčnosťou L . Pomer reálnej a imaginárnej zložky impedancie cievky určte porovnaním s odporom rezistora R , zapojeného do série s cievkou, obr. B–3.



Obr. B–3

Na experiment použite cievku s železným alebo feritovým jadrom, najlepšie s indukčnosťou rádovo desatiny až jednotky henry a zdroj s nastaviteľným napätím U a frekvenciou f (nízkofrekvenčný generátor). Zdroj pripojte k svorkám A, C. Pomocou multimetra pri vhodnom rozsahu striedavého napätia zvolte hodnotu odporu R tak, aby bolo napätie na rezistore a na cievke približne rovnaké.

- b) Pomocou multimetra prepnutého na meranie odporu (Ω) zmerajte čo najpresnejšie odpor R rezistora. Zmerajte aj odpor R_{L0} cievky (multimeter meria pri konštantnom prúde, tzn. získate jednosmerný odpor).
- c) Pomocou merania napätia na rezistore nastavte požadovanú hodnotu striedavého prúdu $I = 10$ mA (možno zvolit' aj inú hodnotu podľa možností použitých prístrojov).
- d) Zmerajte efektívne hodnoty napätí U_{AB} , U_{BC} , U_{AC} medzi príslušnými svorkami (multimetrom na rozsahoch striedavého napätia meriame efektívnu hodnotu napätia).
- e) Pomocou nameraných hodnôt napätia zostrojte fázorový diagram obvodu.
- f) Odvod'te vzťah pre odpor R_L cievky ako funkciu odporu R a zmeraných napätí a vypočítajte hodnotu vlastného odporu R_L cievky. Hodnotu R_L porovnajte s hodnotou R_{L0} a prípadný rozdiel zdôvodnite.
- g) Uved'te vzťah pre činný výkon P cievky ako funkciu odporu R a meraných napätí a vypočítajte hodnotu P pre dané meranie. Uved'te, ako sa tento výkon prejaví.

Meranie zopakujte pre iné hodnoty prúdu I a iné hodnoty frekvencie f a výsledky porovnajte.

5. Elektrický obvod

Cievka s indukčnosťou L je zapojená paralelne s rezistorom s odporom R a táto paralelná kombinácia cievky a rezistora je pripojená na zdroj harmonického napätia s efektívnou hodnotou U_v a vnútorným odporom R_v .

- Nakreslite schému obvodu, vyznačte v nej dané veličiny, ďalej prúd I_z zdroja, prúd I_L induktora, prúd I_R rezistora a napätie U_z na svorkách zdroja.
- Vyjadrite fázory prúdu I_z zdroja, prúdu I_R rezistora, prúdu I_L induktora a napätia U_z na svorkách zdroja ako funkcie uhlovej frekvencie ω napätia zdroja.

V nasledujúcej časti uvažujte hodnoty: $L = 0,20 \text{ H}$, $R = 100 \Omega$, $R_v = 20 \Omega$, $U_v = 12 \text{ V}$.

- Určte činný výkon P dodaný zdrojom do sústavy rezistora a induktora ako funkciu frekvencie f a zostrojte graf tejto funkcie. Na osi frekvencie použite logaritmickú stupnicu $x = \log\{f\}$ v rozsahu $0 \leq x \leq 3$.
- Určte maximálnu hodnotu P_m činného výkonu P , medznú frekvenciu f_d , pri ktorej má činný výkon P hodnotu $P_d = P_m/2$ a účinnosť zdroja pri frekvencii f_d .
- Zostrojte fázorový diagram obvodu pre frekvenciu f_d .

6. Atmosféra Zeme

Pri lete dopravným lietadlom sme zistili podľa zobrazených údajov na displeji v kabíne: nadmorská výška letu $h_1 = 10\,300 \text{ m}$, vonkajšia teplota vzduchu $t_1 = -45 \text{ °C}$ a rýchlosť lietadla $v_1 = 890 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Pri štarte na letisku v nadmorskej výške $h_0 = 300 \text{ m}$ bola teplota vzduchu $t_0 = 20,0 \text{ °C}$ a tlak vzduchu $p_0 = 100 \text{ kPa}$.

- Určte tlak p vzduchu v troposfére ako funkciu nadmorskej výšky h ak viete, že teplota t vzduchu klesá lineárne s nadmorskou výškou. Určte tlak p_1 vzduchu vo výške h_1 letovej hladiny lietadla.
- Vyjadrite tlak p vzduchu ako funkciu teploty T v troposfére a porovnajte ju s rovnakou funkciou pre adiabatický dej. Rozdiel stručne zdôvodnite.
- Lietadlo udržiava v letovej výške vztlaková sila pôsobiaca na krídla. Určte vzletovú rýchlosť v_2 , ktorú musí mať lietadlo, aby sa vznieslo zo štartovacej dráhy. Pri vzlete alebo pri pristávaní sa používajú vztlakové klapky na krídlach, ktoré pri vysunutí zvýšia vztlakovú silu až 3-krát, čo umožní vzlet alebo pristátie pri nižšej rýchlosti, obr. B-4. Určte vzletovú rýchlosť v_3 lietadla, ak sa pri štarte vysunú vztlakové klapky. Po dosiahnutí dostatočnej rýchlosti $v > v_2$ letu sa klapky zasunú a zasunuté zostávajú až do priblíženia na pristátie.



Obr. B-4

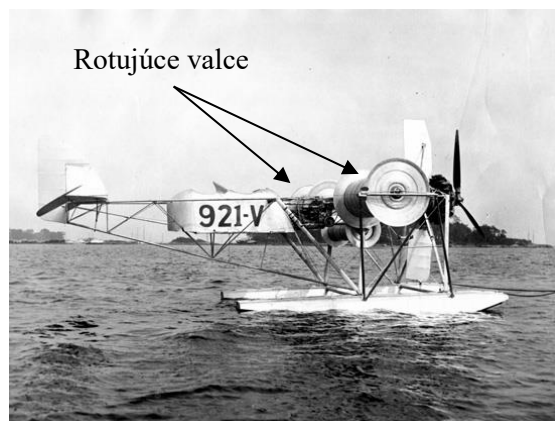
Vysvetlite, prečo sú počas letu vztlakové klapky zasunuté.

Úlohu riešte všeobecne a pre hodnoty: $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, molárna plynová konštanta $R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$, molárna hmotnosť vzduchu $M_m = 29,0 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}$. Vzduch považujte za ideálny plyn dvojatómových molekúl, rýchlosť vetra neuvažujte.

Pozn.: $\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x-a} = \ln\left(\frac{x_2-a}{x_1-a}\right)$, ak $\frac{x_2-a}{x_1-a} > 0$.

7. Magnusov jav

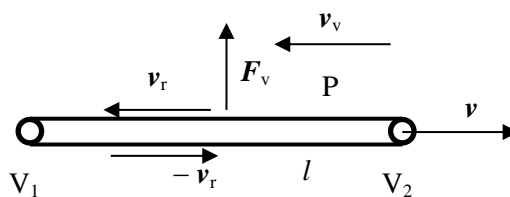
Každý, kto sleduje loptové športové podujatia, pozná tzv. „točené strely“ vo futbale, top-spin v stolnom tenise, lifovaný úder v tenise a pod. Po vystrelení rotujúcej lopty sa trajektória zatáča proti smeru rotácie. Tento jav si všimol už Issac Newton v roku 1672 pri pozorovaní hráčov tenisu. Prvý ucelený opis javu podal až v roku 1852 nemecký fyzik Heinrich Gustav Magnus, podľa ktorého bol jav pomenovaný – *Magnusov jav*. Na základe tohto javu bol navrhnutý tzv. *Flettnerov motor*, ktorého základom je rotujúci valec, na ktorý pôsobí pri jeho pohybe kolmo tlaková sila kolmá na valec a smer postupného pohybu.



Obr. B-5

Napr. netradičné lietadlo Plymouth A-A-2004 z roku 1930, obr. B-5, má namiesto krídiel vodorovné rotujúce valce, ktoré vytvárajú potrebnú vztlakovú silu. Pohon vpred zabezpečuje klasická vrtuľa.

Dynamika vzniku tlakovej sily na valec je pomerne zložitá. Pre analýzu javu použijeme zjednodušený model podľa obr. B-6. Medzi dvomi rotujúcimi valčkami V_1 a V_2 , ktorých osi sú vo vodorovnej rovine vo vzájomnej vzdialenosti l , je pás so šírkou L , ktorý sa pohybuje vzhľadom na valčeky rýchlosťou v_r . Sústava sa pohybuje vo vodorovnom smere kolmo na osi valčekov rýchlosťou v vo vzduchu, ktorý je v pokoji, ale vzhľadom na sústavu sa vzduch pohybuje rýchlosťou $v_v = -v$. Okolo pásov sa vytvárajú tenké vrstvy vzduchu, ktorých rýchlosť vo vodorovnom smere vzhľadom na vzduch je súčtom rýchlostí $v_r + v_v$ na hornej strane a $v_r - v_v$ na spodnej strane.



Obr. B-6

- a) S použitím Bernoulliho rovnice určte veľkosť F_v tlakovej sily F_v , ktorá pôsobí na sústavu. Určte hodnotu sily F_v pre $l = 1,5$ m, $L = 4,0$ m, $v = 80$ km·h⁻¹ a $v_r = 50$ m·s⁻¹.

Nemecký vedec Martin Wilhelm Kutta a ruský vedec Nikolaj Žukovskij sformulovali matematický model javu a odvodili vzťah pre vztlakovú silu rotujúceho valca. Výsledný vzťah pre F_v je rovnaký ako pre náš zjednodušený model pásu, ak dĺžku l pásu nahradíme polovicou obvodu prierezu valca a za rýchlosť v_r obvodovú rýchlosť valca.

Uvažujte lietadlo podľa obr. B-5, pre ktoré vztlakovú silu vytvárajú dva vodorovné valce s polomerom $r = 30$ cm a dĺžkou každého $L = 4,0$ m, ktoré sú poháňané osobitným motorom a dosahujú otáčky $N = 1\,200$ min⁻¹. Hmotnosť lietadla $m = 1\,000$ kg. Pohyb dopredu zabezpečuje klasická vrtuľa.

- b) Určte rýchlosť v_{\min} lietadla pri štarte, pri ktorej sa lietadlo vznesie nad rozjazdovú dráhu.

Úlohu riešte všeobecne a pre dané hodnoty. Hustota vzduchu $\rho = 1,2$ kg·m⁻³, $g = 9,8$ m·s⁻².

59. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie B

Autori návrhov úloh: Ivo Čáp 1, 2, 3, 4, 6, Kamil Bystrický 5, Dušan Nemeč 7
Recenzia a úprava úloh a riešení: Daniel Klivanec, Eubomír Mucha
Preklad textu úloh do maďarského jazyka: Aba Teleki
Redakcia: Ivo Čáp
Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

Vydal:

IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2018