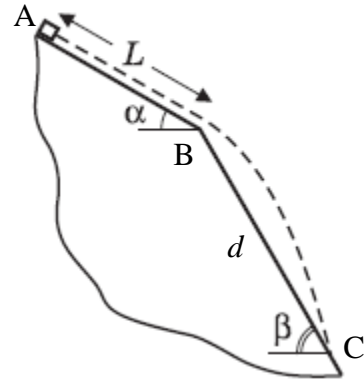


59. ročník Fyzikálnej olympiády  
v školskom roku 2017/2018  
Kategória C – domáce kolo  
Text úloh

### 1. Kúsok ľadu na lomenej streche

Strechu rodinného domu tvoria dve rovinné plochy, ktoré zvierajú s vodorovným smerom uhly  $\alpha = 30^\circ$  a  $\beta = 60^\circ$ , obr. C–1. V mieste A vo vzdialenosti  $L = 80$  cm od zlomu strechy B sa pri odmäku uvoľnil malý kúsok ľadu a začal sa po mokrej streche šmýkať nadol. Po dosiahnutí zlomu strechy B, určitý čas  $\tau$  letel vzduchom, až kým nedopadol v bode C na strmšiu plochu strechy. Faktor trenia medzi ľadom a strechou  $f = 0,29$ .



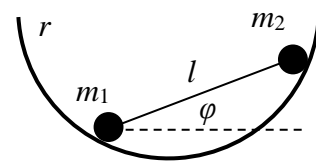
Obr. C–1

- Určte rýchlosť  $v_0$  ľadu v bode B.
- Určte čas  $\tau$  letu ľadu nad strechou.
- Určte vzdialenosť  $d$  bodu dopadu C kúska ľadu od hrany zlomu B strechy pomocou veličín  $v_0$  a  $\tau$  určených v častiach a) a b) úlohy.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre dané hodnoty, tiažové zrýchlenie  $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Odpor vzduchu neuvažujte.

### 2. Rovnovážna poloha dvojice guľôčok v miske

Na vnútornom povrchu hladkej guľovej misky s polomerom  $r$  sa nachádza dvojica malých guľôčok s hmotnosťami  $m_1$  a  $m_2$ , vzájomne spojených pevnou tenkou tyčkou s dĺžkou  $l$  a veľmi malou hmotnosťou, obr. C–2.



Obr. C–2

Predpokladajte, že trenie medzi guľôčkami a povrchom misky je veľmi malé.

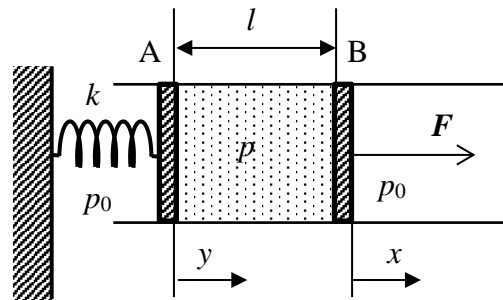
- Prekreslite obr. C–2 a vyznačte v ňom ako vektory všetky sily, ktoré pôsobia na guľôčky. Jednotlivé sily pomenujte.

Po vložení guľôčok s priečkou do misky sa vytvorí rovnovážny stav, pričom priečka zvierá s vodorovným smerom uhol  $\varphi$ .

- Napište prostredníctvom síl a momentov síl podmienky rovnováhy (pokoja) sústavy.
- Určte uhol  $\varphi$ , pri ktorom je sústava v rovnovážnej polohe a veľkosť sily  $F_T$ , ktorou pôsobí tyčka na guľôčky v rovnovážnej polohe, pre hodnoty  $m_1 = 30$  g,  $m_2 = 20$  g,  $l = 25$  cm,  $r = 20$  cm.

### 3. Pneumatické ovládanie piesta

Piest A je spojený pružinou s tuhosťou  $k$  s pevnou konštrukciou. Medzi druhým piestom B a piestom A je uzavretý vzduch. Oba piesty sa môžu pohybovať v pevnom valci, obr. C-3. Na začiatku je tlak  $p$  vzduchového stĺpca vo valci rovný vonkajšiemu atmosférickému tlaku  $p_0$  a dĺžka vzduchového stĺpca je  $l_0$ . Tepelná vodivosť ocelového valca je malá. Obsah povrchu piestov ako aj prierez valca majú rovnakú veľkosť  $S$ .



Obr. C-3

- a) Piest B sa začne posúvať rovnomerným pohybom v smere sily  $F$ . Uvedte, aký dej bude prebiehať vo vzduchu medzi piestmi, ak sa piest B bude posúvať (i) veľmi pomaly alebo (ii) veľmi rýchlo.

Výchylku piestu B zo začiatkovej polohy označíme  $x$  a piestu A označíme  $y$ .

- b) V prvom prípade (i) sa začne piest B posúvať veľmi pomaly. Odvodte vzťah pre posunutie  $x$  piesta B ako funkciu  $x = f(y)$  posunutia  $y$ .
- c) V druhom prípade (ii) sa začne piest B posúvať rýchlo. Odvodte vzťah pre posunutie  $x$  piesta B ako funkciu  $x = g(y)$  posunutia  $y$ .
- d) Do spoločného grafu zostrojte graf funkcie  $x = f(y)$  a funkcie  $x = g(y)$  pre hodnoty  $S = 13 \text{ cm}^2$ ,  $p_0 = 100 \text{ kPa}$ ,  $k = 500 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ ,  $l_0 = 20 \text{ cm}$ , adiabatická konštanta  $\kappa = 1,4$ . Z grafu určte hodnoty posunutia  $y$  pre obidva prípady, ak posunutie  $x = 50 \text{ cm}$ .

Vzduch považujte za ideálny plyn, trenie medzi piestami a valcom neuvažujte. Predpokladajte, že plyn je počas posúvania piestov v stave termodynamickej rovnováhy a obidva piesty sa posúvajú súčasne v jednom spoločnom smere.

### 4. Analýza pádu s odporom vzduchu – experimentálna úloha

Pri pohybe vo vzduchu pôsobí na telesá odpor vzduchu. Z vlastnej skúsenosti z jazdy na bicykli vieme, že odporová sila rastie so zväčšovaním rýchlosti pohybu. Odpor vzduchu pri páde telesa sa uplatňuje napr. pri páde parašutistu alebo pri páde dažďovej kvapky.

Úlohou experimentu je skúmanie voľného pádu telesa. Na experiment je výhodné použiť guľu z penového polystyrénu s polomerom približne 20 mm (tvar nemusí byť presná guľa - teleso je možné vyrezať do tvaru blízkeho guli z polystyrénovej kocky s hranou 40 mm obrúsením rohov). Pomocou váh určte hmotnosť  $m$  gule (okolo hodnoty 1,5 g). Keďže guľa padá veľmi rýchlo pre priame meranie času, použite filmový záznam pádu.

Na stenu priložte zvislé dĺžkové meradlo (pás s dĺžkovou mierkou) s dĺžkou 2 až 2,5 m. Vo veľkej vzdialenosti (okolo 5 až 10 m) umiestnite digitálny fotoaparát s možnosťou videozáznamu. Po zapnutí záznamu uvoľnite pri hornom okraji dĺžkového meradla vo výške okolo 2,5 m guľu a nechajte ju voľne padať. Fotoaparát urobí zvyčajne 30 snímok za sekundu (presnú hodnotu frekvencie snímok získate v menu „vlastnosti“ súboru nahratého videozáznamu). Pri analýze záznamu v počítači zvolte krok zobrazenia po jednotlivých snímkach. Pre každú snímku zaznamenajte čas  $t$  od okamihu začiatku pohybu a dráhu  $x$  od

horného miesta uvoľnenia až k danej snímke odčítaním z dĺžkového meradla. Takto za dobu pádu 1 s získate 30 záznamov. Hodnoty  $t$  a  $x$  zaznamenajte do tabuľky.

- a) Zostrojte graf funkcie  $x = f_1(t)$ .
- b) V tabuľke doplňte stĺpec  $v$ , do ktorého zapíšete hodnoty rýchlosti  $v = \Delta x / \Delta t$  pre rozdiely získané zo susedných riadkov (numerická derivácia). Zostrojte graf funkcie  $v = f_2(t)$  a porovnajte ho s grafom rýchlosti voľného pádu bez odporu vzduchu  $v = g t$ .
- c) Do ďalšieho stĺpca doplňte zrýchlenie  $a$ , určené zo susedných riadkov  $a = \Delta v / \Delta t$ . Zostrojte graf funkcie  $a = f_3(t)$  a porovnajte ho s grafom zrýchlenia  $a = g$  voľného pádu bez odporu vzduchu.
- d) Do ďalšieho stĺpca tabuľky doplňte veľkosť sily  $F_o$  odporu vzduchu,  $F_o = m (g - a)$ .
- e) Predpokladajte, že sila odporu vzduchu je daná funkciou  $F_o = k v^n$ . Určte hodnoty  $k$  a  $n$ . Pre určenie týchto hodnôt je vhodné závislosť linearizovať zavedením nových premenných  $y = \log v$  a  $z = \log F_o$ . Dostanete tak lineárnu závislosť  $z = b y + c$ , ktorej grafom je priamka.
- f) V tabuľke doplňte stĺpce  $\log v$  a  $\log F_o$  a takto získané hodnoty vyneste do grafu so súradnicami  $y, z$ . Získanými bodmi veďte optimálnu (regresnú) priamku, určte hodnoty  $b, c$  a z nich vypočítajte hodnoty  $k$  a  $n$ .

Experiment zopakujte najskôr s pingpongovou loptičkou (polomer 20 mm, hmotnosť 2,7 g) a potom s touto loptičkou naplnenou vodou (polomer 20 mm, hmotnosť podľa množstva vody do 35 g). Porovnajte výsledky pre telesá rovnakých rozmerov s rôznymi hmotnosťami. Kedy je možné odpor vzduchu pri výpočtoch zanedbať?

---

59. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie C

Autori návrhov úloh:	Lubomír Konrád 1, 2, 3, Ivo Čáp 4
Spracovanie návrhov úloh a riešení:	Ivo Čáp, Lubomír Konrád
Recenzia a úprava úloh a riešení:	Daniel Klivanec, Lubomír Mucha
Redakcia:	Ivo Čáp
	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Vydal:	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2017