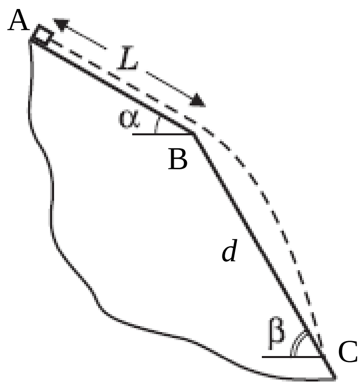
59. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2017/2018
*Kategória C – domáce kolo*
*Text úloh*

**1. Jégdarab a tört felületű tetőn**

A családi ház tört tetőfelületét két sík alkotja, amelyek a vízszintes síkkal $\alpha = 30°$-os ill. $\beta = 60°$-os szöget zár (C–1 ábra). Az A pontban, $L = 80$ cm távolságban a B ponttól, olvadáskor levált egy jégdarab, és lefelé csúszott a tetőn. Elérve a tető tört részét a B pontban, $\tau$ ideig repült a levegőben, majd a C pontban a tető meredekebb részére zuhant. A tető és a jégdarab között fellépő súrlódási tényező $f = 0{,}29$ volt.



*C–1 ábra*

a) Határozzák meg a jégdarab $v_0$ sebességét a B pontban!

b) Határozzák meg a $\tau$ időtartamot, amíg a jégdarab a levegőben repült!

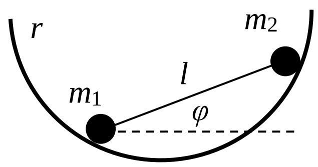
c) Határozzák meg, mekkora $d$ távolságban volt a C pont a B ponttól, és fejezzék ki az a) és b) részekben kiszámított $v_0$ és $\tau$ mennyiségek segítségével!

A feladatot oldják meg általánosan, majd az adott értékekre: $g = 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. A légellenállás elhanyagolhatóan kicsi.

**2. Két golyó nyugalmi állapota a tálban**

Egy tálba, amelynek belső felülete egy sima $r$ sugarú gömb, egy $m_1$ tömegű és egy $m_2$ tömegű golyót helyezünk – a golyókat egy $l$ hosszúságú kis tömegű szilárd rúd köti össze (C–2 ábra).

Tételezzék fel, hogy a golyók és a tál felülete közt fellépő súrlódási erő elhanyagolhatóan kicsi!



*C–2 ábra*

a) Másolják le C ábrát, és ábrázolják benne vektorokkal a golyókra ható összes erőt! Nevezzék ezeket az erőket!

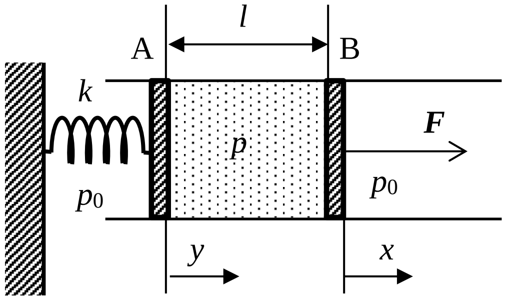
A rúddal összekötött golyókat a tálba helyezve a golyók egyensúlyi helyzetbe kerülnek – ekkor a rúd a vízszintes síkkal $\varphi$ szöget zár!

b) Írják le a rendszer nyugalmi állapotának feltételeit az erők és erőnyomatékok segítségével!

c) Határozzák meg a $\varphi$ szöget, amelynél a rendszer nyugalomban van, valamint az $F_\text{T}$ erő nagyságát, amellyel a rúd hat a golyókra, ha $m_1 = 30$ g, $m_2 = 20$ g, $l = 25$ cm, $r = 20$ cm!

**3. A dugattyú pneumatikus irányítása**

Az A dugattyú egy $k$ merevségű rúgóval támaszkodik a merev falhoz. Az A és B dugattyúk között, egy rögzített hengerben, levegő van. A hengerben mindkét dugattyú mozoghat (lásd a C–3 ábrát). A kísérlet elején a hengerben levő levegő $p$ nyomása a külső $p_0$ légköri nyomással egyenlő, és a hengerben levő légoszlop hossza $l_0$. Az acélhenger hővezetőképessége kicsi. A dugattyúk $S$ keresztmetszete megegyezik a henger belső keresztmetszetével.



*C–3 ábra*

a) A jobboldali dugattyú (B) egyenletes mozgással kezd mozogni az $\boldsymbol{F}$ erő irányában. Írják le, milyen folyamat zajlik le a dugattyúk közötti levegőben, ha a B dugattyú (i) nagyon lassan mozog, és milyen, ha (ii) nagyon gyorsan mozog!

Jelöljük a B dugattyú kimozdulását a kezdeti állapotából $x$-vel, az A henger kimozdulását a kezdeti helyzetéből pedig jelöljük $y$-val!

b) Az (i) esetben a B dugattyú nagyon lassan mozog. Vezessék le a B dugattyú $x$ elmozdulását $y$ értékének $x = f(y)$ függvényeként!

c) Az (ii) esetben a B dugattyú nagyon gyorsan mozog. Vezessék le a B dugattyú $x$ elmozdulását $y$ értékének $x = g(y)$ függvényeként!

d) Szerkesszék meg közös grafikonban az $x = f(y)$ és $x = g(y)$ függvényeket az $S = 13\ \mathrm{cm}^2$, $p_0 = 100\ \mathrm{kPa}$, $k = 500\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$, $l_0 = 20\ \mathrm{cm}$ és a levegő adiabatikus állandójának $\kappa = 1{,}4$ értékére! Határozzák meg a grafikonból $y$ értékét mindkét esetben, ha $x = 50\ \mathrm{cm}$!

Tételezzék fel, hogy a levegő ideális gáz, a dugattyúk és a henger közt fellépő súrlódás elhanyagolhatóan kicsi! Tételezzék fel továbbá, hogy a gáz a dugattyúk mozgása közben termodinamikai egyensúlyi állapotban van, és a két dugattyú egyidejűleg azonos irányban mozog!

**4. Az esés elemzése, ha légellenállás lép fel** – *kísérleti feladat*

Miközben a testek a levegőben mozognak, légellenállás hat rájuk. A kerékpározás közben szerzett tapasztalataink alapján tudjuk, hogy a közegellenállási erő a sebesség növekedésével nő. A közegellenállás a testek zuhanásakor is megnyilvánul, pl. az ejtőernyősök mozgásában, vagy amikor az esőcseppek esnek.

A kísérleti feladat a szabadon eső testek mozgását vizsgálja. A kísérlet végrehajtásához igen alkalmas egy kis, 20 mm sugarú hungarocellből (polisztirolból) készített golyó. Nem szükségszerű, hogy pontosan gömb alakú legyen — előállíthatjuk egy hungarocell kockából (a kocka élének hossza 40 mm), lecsiszolva a kocka sarkait. Határozzák meg mérleg segítségével a golyó $m$ tömegét (a várható érték 1,5 g körüli)! Mivel a golyó mozgása szabadeséskor gyors, készítsenek felvételt a golyó mozgásáról!

Erősítsenek a falra egy 2–2,5 m hosszúságú függőleges hosszmérőt (mérőszalagot)! Állítsák fel a digitális videofelvételre is alkalmas fényképezőgépet a faltól nagy, 5-10 méteres távolságban! Indítsák el a fényképezőgépet, majd engedjék el a hosszmérték 2,5 m-es magasságban levő végénél tartott golyót! A fényképezőgépek videofelvételnél nagyjából 30 felvételt készítenek másodpercenként (a pontos értéket megtalálják a beállítások menüpont alatt). Elemezzék a felvételt számítógépen, képről képre! Határozzák meg minden felvételen a golyó elengedésétől eltelt $t$ időt, valamint a golyó által megtett $x$ utat a felvételen látható hosszmérő segítségével!

Az adott eljárással 1 másodpercnyi felvételből 30 mérési eredményt kapnak. A $t$ és $x$ értékeket jegyezzék le jól áttekinthető táblázatba!

a) Szerkesszék meg az $x = f_1(t)$ függvény grafikonját!

b) A táblázatot egészítsék ki egy oszloppal, amelybe a golyó $v = \Delta x/\Delta t$ sebességét írják, ahol a $\Delta x$ és $\Delta t$ értékeit határozzák meg a táblázat egymást követő sorainak $x$ és $t$ adataiból (numerikus derivàció)! Szerkesszék meg a $v = f_2(t)$ függvény grafikonját, és hasonlítsák össze a légellenállás nélküli szabadesés $v = gt$ sebesség grafikonjával!

c) Írják a táblázat következő oszlopába az $a = \Delta v/\Delta t$ gyorsulás értékeit! Szerkesszék meg az $a = f_3(t)$ függvény grafikonját, és hasonlítsák össze a légellenállás nélküli szabadesés $a = g$ gyorsulásával!

d) Írják a táblázat következő oszlopába az $\boldsymbol{F}_{\mathrm{o}}$ közegellenállási erő $F_{\mathrm{o}} = m(g - a)$ nagyságát!

e) Tételezzék fel, hogy a közegellenállási erő nagyságát az $F_{\mathrm{o}} = kv^n$ függvény írja le! Határozzák meg $k$ és $n$ értékét! Ezen értékek meghatározásához célszerű az összefüggést linearizálni — bevezetjük az $y = \log v$ és $z = \log F_{\mathrm{o}}$ változókat. Így a következő lineáris összefüggést kapjuk: $z = by + c$, amely grafikonja egy egyenes.

f) Egészítsék ki a táblázatot a $\log v$ és $\log F_{\mathrm{o}}$ értékekkel, majd ábrázolják ezeket az értékek az $y,z$ tengelyű grafikonban! Szerkesszék meg az így kapott pontokon optimálisan áthaladó egyenest (lineáris regresszió), majd határozzák meg $b$ és $c$ értékeket! Számítsák ki $k$ és $n$ értékét $b$ és $c$ értékéből!

A kísérletet ismételjék meg pingpong labdával (sugara 20 mm, tömege 2,7 g), majd ugyanezzel a labdával, amelyet vízzel töltöttek meg (sugara 20 mm, tömege 35 g)! Hasonlítsák össze az azonos méretű de eltérő tömegű testekre kapott eredményeket! Mikor lehet a számításokban elhanyagolhatni a közegellenállást?

**59. ročník Fyzikálnej olympiády** – ***Úlohy domáceho kola kategórie C***

| | |
|---|---|
| Autori návrhov úloh: | Ľubomír Konrád 1, 2, 3, Ivo Čáp 4 |
| Spracovanie návrhov úloh a riešení: | Ivo Čáp, Ľubomír Konrád |
| Recenzia a úprava úloh a riešení: | Daniel Kluvanec, Ľubomír Mucha |
| Preklad textov do maďarského jazyka | Aba Teleki |
| Redakcia: | Ivo Čáp |
| | Slovenská komisia fyzikálnej olympiády |
| Vydal: | IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2017 |