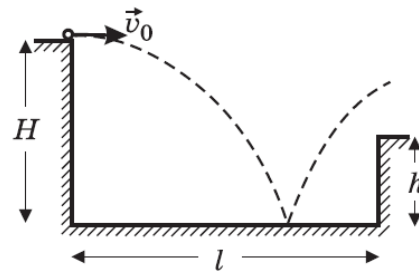


59. ročník Fyzikálnej olympiády  
v školskom roku 2017/2018  
Kategória D – domáce kolo  
Text úloh

**1. Vodorovný vrh loptičky cez jamu**

Chlapec skúšal prehodiť loptičku cez betónovú jamu s dĺžkou  $l$ , s výškou  $H$  na strane hodu a na protiahlnej strane s výškou  $h$ . Loptičku hádže vo vodorovnom smere rýchlosťou  $v_0$ , obr. D-1.



Obr. D-1

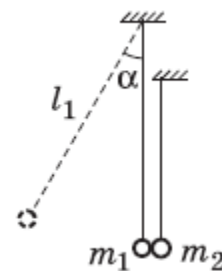
a) Uveďte všetky spôsoby, ako môže loptičku dohodiť na protiahlú vodorovnú plochu, ak môže využiť najviac jeden odraz od dna jamy. Predpokladajte, že odraz loptičky od dna jamy je dokonale pružný. Jednotlivé prípady znázornite obrázkom.

b) Určte minimálnu potrebnú rýchlosť vrhu  $v_0$  pre jednotlivé prípady. Odpor vzduchu pri pohybe loptičky je veľmi malý.

Úlohu riešte najskôr všeobecne a potom pre hodnoty  $H = 90$  cm,  $h = 50$  cm,  $l = 6,0$  m,  $g = 9,8$  m·s<sup>-2</sup>.

**2. Pružná zrážka kyvadiel**

Dve malé guľôčky sú zavesené na nitiach tak, že v rovnovážnej polohe sú nite zvislé, guľôčky sa navzájom dotýkajú a ich stredy sa nachádzajú v rovnakej výške, obr. D-2. Dĺžka závesu ľavej guľôčky je  $l_1$  a pravej  $l_2$ . Pomer hmotností guľôčok  $n = m_2/m_1$ . Záves ľavej guľôčky vychýlime o uhol  $\alpha_0 \leq 90^\circ$  z rovnovážnej polohy a guľôčku pustíme s nulovou začiatočnou rýchlosťou.



Obr. D-2

a) Určte rýchlosť  $v_0$  prvej guľôčky tesne pred zrážkou.

b) Po zrážke sa závesy guľôčok vychýlia zo zvislej polohy o maximálne uhly  $\alpha_1$  a  $\alpha_2$ . Určte tieto uhly a rýchlosti guľôčok tesne po zrážke.

c) Akú hodnotu  $\alpha_{0m}$  musí mať uhol  $\alpha_0$ , aby sa záves druhej guľôčky po zrážke vychýlil do vodorovnej polohy.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty  $l_1 = 30$  cm,  $l_2 = 25$  cm,  $g = 9,8$  m·s<sup>-2</sup>,  $\alpha_0 = 60^\circ$  a tri rôzne hodnoty pomeru  $n$  hmotností  $n_1 = 0,60$ ;  $n_2 = 1,0$ ;  $n_3 = 1,5$ .

Nite považujte za veľmi ľahké a neroztiahné, zrážku guľôčok za dokonale pružnú.

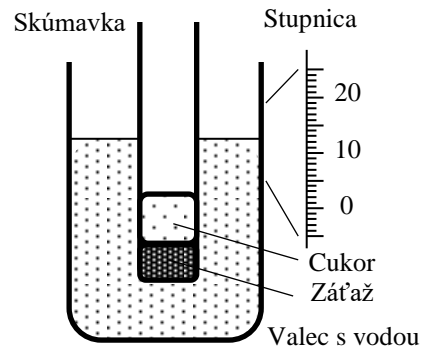
### 3. Hydrostatické váhy

Žiaci prišli s myšlienkou zostavenia jednoduchých hydrostatických váh na meranie hmotnosti malých dávok cukru do čaju, obr. D–3. Do valca s vodou s obsahom vnútorného prierezu  $S_1$  je vložená tenká valcová skúmavka s dĺžkou  $L$ , hmotnosťou  $m_1$  a obsahom prierezu  $S_2$ . Aby skúmavka plávala vo vode vo zvislej polohe, treba na jej dno umiestniť záťaž, v našom prípade olovený valček s prierezom  $S_2$  a v tenkom plastovom obale.

- Určte vzdialenosť  $y_1$  ťažiska skúmavky so záťažou od dna skúmavky.
- Určte minimálnu výšku  $h_{\min}$  vrstvy záťaže, aby prázdna skúmavka so záťažou (bez cukru) plávala vo zvislej polohe.

Na meranie hmotnosti žiaci nalepili na stenu valca milimetrovú stupnicu a pomocou nej sledovali výšku hladiny vody vo valci. Po vložení skúmavky so záťažou do vody vo valci doplnili vodu vo valci tak, aby voľná hladina vody bola na úrovni „0“ na stupnici. Potom sypali do skúmavky cukor a voda vo valci začala stúpať.

- Určte stúpnutie  $x$  hladiny na stupnici, ak sa do skúmavky nasype cukor s hmotnosťou  $m_2$ . Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty:  $L = 15$  cm,  $m_1 = 4,5$  g,  $S_1 = 3,1$  cm<sup>2</sup>,  $S_2 = 1,0$  cm<sup>2</sup>, hustota vody  $\rho_1 = 1,0$  g·cm<sup>-3</sup>, hustota olova  $\rho_2 = 11,3$  g·cm<sup>-3</sup>,  $m_2 = 10$  g. Hrúbka steny skúmavky je veľmi malá a skúmavka sa nedotkne dna valca. Ťažisko prázdnej skúmavky bez záťaže je v polovine jej dĺžky.



Obr. D–3

#### 4. Meranie hustoty telesa – experimentálna úloha

Hustotu telesa možno určiť rôznymi spôsobmi. Ak má teleso pravidelný tvar a vieme určiť jeho objem výpočtom z jeho rozmerov, stačí na meranie vhodné dĺžkové meradlo na určenie rozmerov a váhy na určenie hmotnosti.

- a) V prvom meraní určte hustotu hliníkového, medeného a oceľového drôtu. Na meranie použite drôt s dĺžkou  $l$  približne 0,5 m a priemerom  $d$  približne 1 až 2 mm (rozмеры možno vhodne meniť). Navrhните spôsob čo najpresnejšieho merania dĺžky  $l$ , priemeru  $d$  a hmotnosti  $m$  drôtu a urobte príslušné merania.
- b) Objem telesa nepravidelného tvaru možno určiť aj ponorením telesa do kvapaliny v odmernom valci určením prírastku objemu. Na meranie použite rovnaké drôty ako v časti a). Zviňte ich do malého kľbka alebo cievky, použite vhodný odmerný valec a zmerajte objem  $V$  jednotlivých drôtov. Zo zmeraného objemu  $V$  a hmotnosti  $m$  určenej vážením určte hustoty jednotlivých drôtov.
- c) Hustotu možno určiť aj s použitím dvojitého váženia telesa. Použite opäť kľbka drôtov z úlohy b). Na meranie použite dvojramenné laboratórne váhy. Teleso zaveste pomocou tenkej nite na hornú časť závesu misky, tak aby bolo vo výške približne 5 cm nad miskou. V tejto polohe ho môžete zvážiť a určiť hmotnosť  $m$  telesa. Potom postavte nad miskou malý mostík a naň postavte kadičku s vodou, tak aby sa nedotýkala misky a teleso zavesené na niti bolo celé ponorené vo vode v kadičke. Zvážte teleso nadľahčované vztlakovou silou vody a určte zdanlivú hmotnosť  $m'$ . Z nameraných hodnôt  $m$  a  $m'$  a známej hustoty vody určte hustotu drôtov. *Pozn.: Toto meranie možno urobiť aj pomocou silomera, na ktorý sa teleso najskôr zavesí vo vzduchu a potom zavesené ponorí do vody.*
- d) Ak sú k dispozícii miskové digitálne váhy a nie je možné teleso na váhy zavesiť, možno použiť ďalšiu metódu. Treba mať valcovú nádobu s rovným otvorom. Ak do nádoby nalejete až po vrch vodu a zakryjete ju rovnou, najlepšie sklenenou, platničkou, má voda v nádobe presný objem (voda nesmie obsahovať bubliny a na vonkajšej strane treba osušiť prípadné kvapky vody). Nádobu s vodou postavte na váhy a určte hmotnosť  $m_1$  nádoby s vodou. Potom do nádoby pridajte merané teleso, pričom prebytočná voda vytečie, a opäť nádobu zakryte platničkou tak, aby pod ňou nezostali bubliny, a osušte aj kvapky vody na vonkajšej strane nádoby. Určte hmotnosť  $m_2$  nádoby s vodou a telieskom. Pred druhým meraním určte hmotnosť  $m$  samotného (suchého) telesa. Z nameraných hodnôt  $m$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  a známej hustoty vody určte hustotu telesa.

Všetky výsledky merania zapíšte do spoločnej prehľadnej tabuľky a jednotlivé merania porovnajte, napr. objem  $V$  určený z rozmerov, pomocou odmerného valca alebo pomocou váženia. Porovnajte aj hodnoty hustoty získané jednotlivými metódami a porovnajte ich s tabuľkovými hodnotami. Zhodnoťte presnosť merania v jednotlivých prípadoch.

Každé meranie niekoľkokrát opakujte a z výsledkov merania určte priemerné hodnoty.

Navrhните, ktorú z metód by ste odporučili na určenie hustoty malého kameňa s veľkosťou okolo 5 cm. Navrhovanou metódou určte hustotu rôznych nerastov, napr. kremeňa, žuly, vápenca a pieskovca, ktoré možno bežne nájsť v prírode.

Prajeme vám pri meraniach príjemnú zábavu ☺

## 5. Šprint

Na majstrovstvách sveta v atletike v Berlíne v roku 2009 Jamajčan Usain Bolt vytvoril v behu na  $s_0 = 100$  m svetový rekord časom  $t_0 = 9,58$  s. Medzičas na úseku  $s_1 = 50$  m bol  $t_1 = 5,49$  s, medzičas na úseku  $s_2 = 60$  m bol  $t_2 = 6,31$  s. Usain Bolt bežal medzi 50 m a 60 m trate rovnomerne.

Počas behu sa prejavujú rôzne faktory, ako sú dosiahnutie tempa, spotreba kyslíka atď., ktoré ovplyvňujú rýchlosť pohybu bežca. Pre jednoduchosť predpokladajme, že od okamihu štartu sa bežec pohyboval rovnomerne zrýchlene až do dosiahnutia maximálnej rýchlosti  $v_m$ , a touto rýchlosťou potom pokračuje až do cieľa.

*Pozn.: Priebeh rekordného behu Usama Bolta bol zložitejší, ale náš jednoduchý model nám poskytuje celkom dobrú predstavu o základných parametroch športového výkonu.*

- Určte priemernú rýchlosť  $v_0$  bežca na celej dráhe.
- Určte maximálnu rýchlosť  $v_m$ .
- Určte dráhu  $s_3$ , na ktorej je pohyb bežca rovnomerne zrýchlený.
- Nakreslite graf  $s = f(t)$  dráhy ako funkcie času  $t$ .
- V behu  $4 \times 100$  m zabehol Bolt svoj úsek za čas  $t_4 = 8,65$  s. Časy  $t_4$  a  $t_0$  porovnajte a rozdiel vysvetlite.
- Za aký čas  $t_5^*$  by Bolt zabehol dráhu  $s_5 = 200$  m, ak by podal rovnaký výkon ako pri rekordnom behu na dráhe 100 m? V skutočnosti Bolt zabehol beh na 200 m za rekordný čas  $t_5 = 19,19$  s. Porovnajte časy  $t_5$  a  $t_5^*$  a rozdiel zdôvodnite.

## 6. Plávanie gule

V strede drevenej gule s polomerom  $R_g$  je guľová dutina s polomerom  $R_o$  vyplnená olovom s hustotu  $\rho_o$ . Drevená guľová vrstva je homogénna.

Zvislo položená valcová nádoba s vnútorným polomerom  $R_v > R_g$  je čiastočne naplnená vodou s hustotou  $\rho_v$ . Po vložení gule do valca zostane guľa plávať, nedotýka sa dna, a hladina vody vo valci sa zvýši o  $h$ .

- Nakreslite ilustračný obrázok.
- Určte hmotnosť  $m_g$  gule s oloveným jadrom.
- Určte, aká časť objemu gule po vložení gule do vody je ponorená. Výsledok vyjadrite v percentách.
- Určte priemernú hustotu  $\rho_d$  dreva, z ktorého je guľa zhotovená.

Úlohu riešte všeobecne a pre hodnoty veličín:  $R_g = 50$  mm,  $R_v = 70$  mm,  $R_o = 15$  mm,  $\rho_v = 1,0 \times 10^3$  kg·m<sup>-3</sup>,  $\rho_o = 11,3 \times 10^3$  kg·m<sup>-3</sup>,  $h = 30$  mm.

## 7. Výt'ah

Osobný výt'ah vo výškovom dome má hmotnosť kabíny  $m_0 = 423$  kg, ktorá je zavesená na jednom konci lana vedeného cez kladku s polomerom  $r = 40$  cm. Na opačnom konci lana je zavesené protizávažie s hmotnosťou  $m_z = 580$  kg. Výt'ah poháňa asynchrónny elektromotor.

Chlapec s hmotnosťou  $m_p = 40$  kg si zobral do výt'ahu ako fyzikálne pomôcky osobnú váhu a stopky. Postavil sa na váhu a spustil výt'ah smerom nahor. Pri štarte výt'ahu určil na stupnici váhy údaj  $m_{p1} = 48$  kg, pri dojazde zasa údaj  $m_{p2} = 34$  kg. Po začiatočnom rovnomernom zrýchlení sa výt'ah pohyboval tak, že vzdialenosť medzi druhým a štvrtým poschodím (dve poschodia) prešiel rovnomerným pohybom za čas  $t_1 = 5,2$  s. Výška jedného poschodia je  $\Delta h = 2,6$  m.

- Vysvetlite, prečo sú údaje na váhe (tzv. zdanlivé hmotnosti chlapca) pri štarte a dojazde výt'ahu rozdielne. K vysvetleniu nakreslite ilustračný obrázok.
- Určte čas, za ktorý prejde výt'ah dráhu z prvého do piateho poschodia. Určte výškový rozdiel  $h_1$ , na ktorom sa výt'ah rozbieha a  $h_2$ , na ktorom brzdí pred zastavením.
- Určte moment sily  $M_o$ , ktorým pôsobí motor počas rozbehu kabíny s chlapcom a moment sily  $M_n$  motora počas rovnomernej časti pohybu.
- Určte výkon  $P_{n1}$  motora počas rovnomerného stúpania výt'ahu a porovnajte ho s výkonom  $P_{m2}$  motora počas rovnomerného klesania výt'ahu rovnakou rýchlosťou a s rovnakou záťažou ako v predchádzajúcich častiach úlohy.

Úlohu riešte všeobecne a pre dané hodnoty,  $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Hmotnosť lana neuvažujte.

---

### 59. ročník Fyzikálnej olympiády – Úlohy domáceho kola kategórie D

Autori návrhov úloh:	Eubomír Konrád 1, 2, 5, 7, Ivo Čáp 3, 4, 6
Spracovanie návrhov úloh a riešení:	Ivo Čáp, Eubomír Konrád
Recenzia a úprava úloh a riešení:	Daniel Klivanec, Eubomír Mucha
Preklad textu úloh do maďarského jazyka:	Aba Teleki
Redakcia:	Ivo Čáp
	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Vydal:	IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže, Bratislava 2018