

Častice zo Slnka

(Celkovo bodov: 10)

Fotóny z povrchu Slnka a neutrína z jeho jadra nám poskytujú informáciu o teplote Slnka a tiež o tom, že Slnko žiari vďaka jadrovým reakciám.

V tejto úlohe uvažujte hmotnosť Slnka $M_{\odot} = 2,00 \times 10^{30}$ kg, jeho polomer $R_{\odot} = 7,00 \times 10^8$ m, žiarivosť (celková energia vyžiarená za jednotku času) $L_{\odot} = 3.85 \times 10^{26}$ W a vzdialenosť Zem–Slnko $d_{\odot} = 1,50 \times 10^{11}$ m.

Pomôcka:

$$(i) \int x e^{ax} dx = \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2} \right) e^{ax} + \text{constant}$$

$$(ii) \int x^2 e^{ax} dx = \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) e^{ax} + \text{constant}$$

$$(iii) \int x^3 e^{ax} dx = \left(\frac{x^3}{a} - \frac{3x^2}{a^2} + \frac{6x}{a^3} - \frac{6}{a^4} \right) e^{ax} + \text{constant}$$

A Vyžarovanie zo Slnka:

A1	Predpokladajte, že Slnko vyžaruje ako dokonale čierne teleso. Na základe tejto informácie určte teplotu T_s povrchu Slnka.	0.3
-----------	--	------------

Spektrum slnečného žiarenia možno opísať Wienovým vzťahom, podľa ktorého energia žiarenia dopadajúceho na Zem za jednotku času pripadajúca na jednotkový interval frekvencie je

$$u(\nu) = A \frac{R_{\odot}^2}{d_{\odot}^2} \frac{2\pi h}{c^2} \nu^3 \exp(-h\nu/k_B T_s),$$

kde ν je frekvencia a A je obsah povrchu plochy kolmej na smer dopadajúceho žiarenia

Uvažujte solárny článok tvorený polovodičovou platničkou s plochou A , ktorá je kolmá na smer slnečného žiarenia.

A2	S použitím Wienovho vzťahu vyjadrite celkový výkon P_{in} slnečného žiarenia dopadajúceho na solárny článok ako funkciu A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s a s použitím základných konštánt c , h , k_B .	0.3
-----------	--	------------

A3	Vyjadrite počet fotónov $n_{\nu}(\nu)$, ktoré dopadajú na povrch článku za jednotku času a pripadajúcich na jednotkový interval frekvencie ako funkciu A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s a s použitím konštánt c , h , k_B .	0.2
-----------	---	------------

Šírka zakázaného pásma polovodiča solárneho článku je E_g . Predpokladajme nasledujúci model. Každý fotón s energiou $E \geq E_g$ excituje elektrón z valenčného pásu do vodivostného. Takýto elektrón prispieva k výstupnej energii článku hodnotou E_g , pričom nadbytočná energia sa tepelne rozptýli (nepremění sa na užitočnú energiu).

A4	Definujme pomer $x_g = h\nu_g/k_B T_s$, kde $E_g = h\nu_g$. Vyjadrite výstupný výkon článku P_{out} ako funkciu x_g , A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s a s použitím konštánt c , h , k_B .	1.0
-----------	---	------------

A5	Vyjadrite účinnosť η solárneho článku ako funkciu x_g .	0.2
-----------	--	------------

A6	Nakreslite kvalitatívne graf závislosti η ako funkcie x_g . Treba zreteľne označiť hodnoty pre $x_g = 0$ a $x_g \rightarrow \infty$. Aká je smernica závislosti $\eta(x_g)$ pre $x_g = 0$ a $x_g \rightarrow \infty$?	1.0
-----------	--	------------

A7	Nech x_0 je hodnota x_g pre ktorú je účinnosť η maximálna. Odvoďte kubickú rovnicu na určenie x_0 . Určte hodnotu x_0 s presnosťou ± 0.25 . Potom vypočítajte $\eta(x_0)$.	1.0
-----------	--	------------

A8	Šírka zakázaného pásma čistého kremíku $E_g = 1,11$ eV. Určte účinnosť η_{Si} kremíkového solárneho článku s použitím tejto hodnoty.	0.2
-----------	---	------------

V 19. storočí Kelvin a Helmholtz (KH) predložili hypotézu na vysvetlenie vyžarovania Slnka. Predpokladali, že zo začiatočného obrovského mraku s hmotnosťou M_{\odot} a zanedbateľnou hustotou sa Slnko

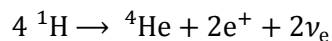
postupne zmenšovalo. Žiarenie Slnka je potom dané uvoľnením gravitačnej potenciálnej energie pri jeho kontrakcii.

A9	Predpokladajme, že hustota látky vo vnútri Slnka je homogénna. Vyjadrite celkovú gravitačnú potenciálnu energiu Ω v súčasnosti pomocou G , M_{\odot} a R_{\odot} .	0.3
A10	Odhadnite maximálny možný čas τ_{KH} (v rokoch), po ktorý by mohlo Slnko žiariť podľa KH hypotézy. Predpokladajte, že žiarivosť Slnka sa za tento čas nemenila.	0.5

Vyššie vypočítaná hodnota τ_{KH} nesúhlasí s vekom slnečnej sústavy odhadovaným pomocou meteoritov. Z toho vyplýva, že energia žiarenia Slnka nemôže pochádzať iba z gravitácie.

B Neutrína zo Slnka

V roku 1938 Hans Bethe navrhol, že zdrojom energie Slnka je jadrová syntéza vodíka na hélium v strede Slnka. Výsledná reakcia má tvar:



“Elektrónové neutrína” ν_e , vznikajúce pri reakcii, by mali mať nulovú pokojovú hmotnosť. Unikajú zo Slnka a ich zachytávanie na Zemi potvrdzuje existenciu uvedenej reakcie vo vnútri Slnka. Energiu odnesenú neutrínami možno v tejto úlohe zanedbať.

B1	Určte hustotu toku Φ , počtu neutrín prichádzajúcich na Zem v jednotkách $\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$. Energia uvoľnená pri hore uvedenej reakcii je $\Delta E = 4,0 \times 10^{-12}$ J. Predpokladajte, že energia vyžarovaná zo Slnka pochádza celá z uvedenej reakcie.	0.6
----	---	-----

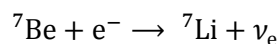
Na ceste zo slnečného jadra na Zem sa niektoré elektrónové neutrína ν_e premenia na iný druh neutrína ν_x . Účinnosť detekcie je 1/6 násobok účinnosti detekcie ν_e . Keby k premene nedochádzalo, očakávala by sa detekcia N_1 neutrín za rok. V dôsledku uvedenej konverzie sa deteguje N_2 neutrín (ν_e a ν_x) za rok.

B2	Pomocou N_1 a N_2 vypočítajte, aká relatívna časť f neutrín ν_e sa premení na ν_x .	0.4
----	---	-----

Na detekciu neutrín sa vytvorili obrovské detektory naplnené vodou. Aj keď interakcia neutrín s látkou je veľmi zriedkavá, občas spôsobia emisiu elektrónu z molekuly vody v detektore. Takéto elektróny sa pohybujú vo vode vysokou rýchlosťou a pri svojom pohybe vyžarujú elektromagnetické žiarenie. Ak je rýchlosť elektrónu väčšia ako rýchlosť svetla vo vode (index lomu je n), má toto žiarenie, pomenované Čerenkovovo žiarenie, kužeľovú vlnoplochu.

B3	Predpokladajte, že elektrón emitovaný neutrínom pri pohybe vo vode stráca energiu lineárne s časom s konštantou úmernosti α . Ak tento elektrón emituje Čerenkovovo žiarenie po dobu Δt , vyjadrite energiu E_{imp} dodanú elektrónu neutrínom pomocou α , Δt , n , m_e a c . (Predpokladajte, že pred nárazom neutrína bol elektrón v pokoji)	2.0
----	---	-----

Syntéza vodíka na hélium v Slnku prebieha v niekoľkých krokoch. V jednom z medzikrokov vzniká jadro ${}^7\text{Be}$ s pokojovou hmotnosťou m_{Be} . Následne dochádza k záchytu elektrónu a vzniká jadro ${}^7\text{Li}$ s pokojovou hmotnosťou $m_{\text{Li}} < m_{\text{Be}}$ a emituje sa neutríno ν_e . Rovnica reakcie je



Ak je jadro Be ($m_{\text{Be}} = 11,65 \times 10^{-27}$ kg) v pokoji a zachytí elektrón, ktorý je tiež v pokoji, emituje sa neutríno s energiou $E_{\nu} = 1,44 \times 10^{-13}$ J. Jadrá Be sú však v jadre Slnka v chaotickom pohybe zodpovedajúcom teplote T_c a predstavujú pohybujúce sa zdroje neutrín. V dôsledku toho nastáva fluktuácia energie emitovaných neutrín v intervale so strednou kvadratickou odchýlkou (*rms* – random mean square) ΔE_{rms} .

B4	Určte strednú kvadratickú odchýlku (<i>rms</i>) rýchlosti V_{Be} jadier Be, ak je $\Delta E_{\text{rms}} = 5,54 \times 10^{-17}$ J. Pomocou nej odhadnite teplotu T_c . (Pomôcka: ΔE_{rms} závisí od strednej kvadratickej odchýlky priemeru rýchlosti do zvoleného smeru pozorovania).	2.0
----	---	-----